Multiplicación y división: problemas y cálculos

Orientaciones docentes para la intensificación de la enseñanza de la Matemática en tercer año.

Creado: 31 agosto, 2022 | Actualizado: 14 de marzo, 2023

Esta propuesta se enmarca en la intensificación de la enseñanza de la matemática que se viene impulsando desde la Dirección Provincial de Educación Primaria. La tarea consiste en retomar el trabajo en torno a los Contenidos Prioritarios, profundizar su estudio y avanzar incorporando aspectos más complejos. En este sentido, los criterios de continuidad y progresión siguen atravesando la enseñanza y sosteniendo los aprendizajes. Es por ello que reconocerán algunos problemas matemáticos que ya fueron presentados en los distintos materiales producidos en estos años desde el nivel[1] y, además, encontrarán otros que amplían y enriquecen la propuesta considerando el trabajo de intensificación planteado para este año.

En esta oportunidad, en tercer año se abordan la multiplicación y la división. (Ver material para estudiantes, disponible para descargar al final de esta propuesta)[2]. Estos contenidos son relevantes tanto para primer ciclo como para la continuidad de las trayectorias escolares en segundo ciclo. Por esa razón se les otorga un lugar central dentro de las propuestas de intensificación de la enseñanza a lo largo de este año.

Hemos seleccionado diversas situaciones que intentan abarcar distintos sentidos y tipos de problemas para cada contenido, variadas estrategias de cálculos, diferentes representaciones, etc. La gran cantidad de problemas que encontrarán busca ofrecer oportunidades de aproximarse, desde distintas aristas, a un mismo contenido, detenerse por un tiempo a resolver problemas, explorar formas de resolver, comparar diversos procedimientos, analizar errores, discutir ideas, tomar conciencia de lo que se va aprendiendo y registrar conclusiones. En otras palabras, **estudiar matemática en el aula**.

Como en otros materiales, incluimos varias instancias de reflexión sobre lo realizado. Estas situaciones plantean *retornar sobre los problemas matemáticos* y *sobre los diversos procedimientos desplegados para resolverlos*: detenerse y volver atrás es fundamental para avanzar, porque los conocimientos movilizados durante la resolución suelen funcionar de manera implícita y podrían permanecer en ese estado de no mediar situaciones que requieran su explicitación. Esa es precisamente la intención de las propuestas que se presentan al final de un conjunto de problemas o luego de un conjunto de clases: analizar, explicitar, identificar lo realizado y aprendido, así como lo que queda por aprender. Por ejemplo, en el material para sexto se pueden encontrar indicaciones como las siguientes:

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- ¿Cómo usaron la tabla pitagórica para resolver estos cálculos?
- ¿En qué cálculos no necesitaron usarla?
- ¿Cómo podrían usarla para resolver los siguientes cálculos?

a- 13 : 6 = **b-** 26 : 4 = **c-** 33 : 5 =

(Pág. 22)

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

En estas semanas:

- Resolvieron problemas con cantidades que se repiten, con filas y columnas, con combinaciones; problemas en los que hay que repartir y partir y en los que hay que hacer varios cálculos. Usaron dibujos, rayitas, tablas, listas, números, cálculos y calculadora.
- Resolvieron cálculos mentales y aproximados con multiplicaciones y divisiones. Y usaron cálculos conocidos para resolver otros cálculos.
- Analizaron relaciones entre productos de la tabla pitagórica y la usaron para resolver multiplicaciones, divisiones y problemas.
  - Anoten algunas ideas sobre lo que aprendieron para cuando resuelvan nuevos problemas que se pueden resolver con multiplicaciones y divisiones.
  - También pueden anotar sus dudas o lo que no les sale todavía para preguntar y para saber que es algo sobre lo que precisan seguir trabajando.

(Pág. 27)

La primera propone el análisis de lo realizado, a propósito de un conjunto de problemas, y la segunda tiene un alcance más amplio, ya que apunta a reflexionar sobre lo que se fue aprendiendo a lo largo de un conjunto de clases.

La escritura de conclusiones está planteada en forma colectiva, sin embargo en otros momentos podría ser propuesta de manera individual, en parejas o pequeños grupos. Se trata de escrituras que pueden quedar a cargo de la o del docente sin modificar sustancialmente lo que las niñas o los niños dicen, ya que es importante que reconozcan en esos registros aquello que circuló en la clase y puede ser reutilizado. Esas escrituras podrán ser retomadas y revisadas a medida que se transforman los conocimientos de las y los estudiantes.

En la línea que venimos planteando en materiales anteriores, se presentan distintos niveles de complejidad para un mismo tipo de problemas a partir de modificar ciertas variables didácticas que habilitan diferentes procedimientos de resolución, o bien, colaboran en abandonarlos para acceder progresivamente a otros más avanzados.

Esta variedad de problemas se abre como un abanico de posibilidades para que cada docente elija las que más se ajustan a los conocimientos de cada estudiante. Es decir, que podrían proponerse, al mismo tiempo, a distintas alumnas y distintos alumnos problemas sobre un mismo contenido pero que presentan diversos niveles de complejidad, para desafiar lo que cada estudiante sabe o los procedimientos en los que más confía, de modo que se aventure a probar aquello que aún es novedoso pero que pronto le resultará familiar.

En este sentido, reiteramos algo que hemos expresado en varias ocasiones: es preciso que los materiales sean usados con la flexibilidad necesaria para acompañar a cada grupo y a cada estudiante. Esto podrá implicar que, en algunos casos, las y los docentes de tercer año apelen a materiales o propuestas elaboradas para segundo[3]. Como venimos señalando en este tiempo, es necesario (siempre lo fue, pero ahora se hace indispensable) contemplar la heterogeneidad de conocimientos presente en las aulas y planificar la enseñanza respondiendo a ella. Esto sin renunciar a un trabajo común en el que todas las alumnas y todos los alumnos puedan compartir sus ideas y ponerlas en diálogo con las de sus compañeras y compañeros. Para ello será preciso que las tareas propuestas a cada estudiante, pareja o grupo se vinculen al mismo contenido y presenten puntos de contacto sobre los que tenga sentido discutir entre todas y todos. En otras palabras, una propuesta común que aloje la diversidad.

La variedad de modalidades de organización también representa un recurso potente para dar lugar a las diversas voces y conocimientos de las y los estudiantes. Es así que en ambas propuestas podrán encontrar actividades planteadas para hacer individualmente, en pequeños grupos o entre todas y todos. Hemos usado el singular y el plural en cada consigna de modo de dejar rastros de estas diferentes posibilidades, que cada docente podrá ajustar al recorrido que defina para sus clases.

Reconocemos, en las distintas posibilidades de organizar la clase y los intercambios entre estudiantes, una riqueza singular. En ocasiones, es importante reservar un primer acercamiento individual para que cada alumna o alumno tenga un espacio propio para analizar el problema matemático propuesto, movilice los conocimientos que considere pertinentes y ensaye un primer camino de resolución. En otras, el trabajo individual se plantea al final de un conjunto de clases con la intención de favorecer una mayor autonomía para usar lo que se aprendió luego de un tiempo de estudio. Asimismo, es importante ofrecer momentos de trabajo con otras y otros, dada la potencialidad de las interacciones entre pares para la construcción y el avance de los conocimientos, más aún luego de estos años en los que se vieron dificultadas o reducidas por el contexto tan particular que atravesamos. Las interacciones nos hicieron falta, desde la enseñanza y desde los aprendizajes. Estamos en un nuevo tiempo en el que es necesario que vuelvan a ocupar un espacio privilegiado de las clases.

Este material, al igual que otros tantos producidos por esta Dirección, junto a variadas y múltiples acciones desplegadas en territorio, busca seguir acompañando a las y los docentes en la tarea desafiante de planificar situaciones de enseñanza que consideren la heterogeneidad de conocimientos de alumnas y alumnos y los hagan avanzar.

A continuación, analizaremos con mayor detalle el material que ponemos a su disposición.

Propuesta para Tercer año

Sobre el contenido y la organización del documento

La propuesta que presentamos en esta oportunidad aborda la enseñanza de la multiplicación y la división. Detallamos a continuación los contenidos que se abordan:

- Resolver sencillos problemas de multiplicación y división que involucren distintos sentidos de ambas operaciones.
- Resolver sencillos cálculos mentales exactos y estimativos que involucren multiplicaciones y divisiones por medio de diversos procedimientos.

Es importante tener en cuenta que las alumnas y los alumnos ingresan a estos nuevos contenidos a partir de lo que saben acerca de la suma y de la resta. Es posible entonces anticipar que los procedimientos iniciales que las niñas y los niños desplieguen al resolver problemas y cálculos multiplicativos tendrán un fuerte anclaje en los conocimientos que han elaborado al resolver problemas y cálculos aditivos.

Es así que las situaciones que inauguran cada apartado habilitan el uso de los conocimientos acerca de la suma y de la resta que las y los estudiantes pudieran tener disponibles. Será importante que tengan acceso a diversos portadores de información que traigan a escena esos conocimientos para quienes necesiten consultarlos al resolver los nuevos problemas. Las ideas que allí figuren, pronto resultarán insuficientes o poco convenientes para abordar los nuevos desafíos, motorizando así la búsqueda o construcción de otras más avanzadas que irán engrosando los conocimientos que circulan en la clase.

Los siguientes apartados abordan diferentes tipos de problemas que involucran la multiplicación y la división:

- **Problemas con cantidades que se repiten**

- **Problemas de filas y columnas**
- **Problemas con combinaciones**
- **Cálculos y problemas**
- **Problemas en los que hay que repartir y partir**
- **¿Alcanza justo o falta?**
- **Problemas en lo que hay que hacer varios cálculos**

Los siguientes apartados presentan problemas que apuntan a establecer relaciones entre productos y a avanzar en la construcción de un repertorio multiplicativo.

- **Tablas para saber cuánto se necesita**
- **Usar las tablas para resolver nuevos cálculos y problemas**
- **Más problemas con tablas**
- **Un cuadro con multiplicaciones**
- **Usar la tabla pitagórica para dividir**

Los siguientes apartados presentan problemas que involucran cálculos mentales exactos y estimativos.

- **Multiplicar por 10, por 100 y por 1.000**
- **Cálculos conocidos y cálculos nuevos**
- **Cálculo aproximado**

A continuación presentaremos orientaciones didácticas para cada apartado. Comenzaremos por los que abordan diversos tipos de problemas que involucran la multiplicación.

Diversos tipos de problemas que involucran la multiplicación

- **Problemas con cantidades que se repiten**

Se propone iniciar el recorrido a partir de un conjunto de problemas que tienen la intención de que las chicas y los chicos comiencen a vincular la suma de cantidades que se repiten con una nueva operación: la multiplicación. En este sentido, las situaciones que se plantean apuntan a ofrecer a las y los estudiantes nuevas y múltiples oportunidades para retomar, usar y desafiar lo que saben.

Es probable que algunas niñas y algunos niños aún necesiten apoyarse en el conteo. Tal vez porque no reconozcan que la suma también podría utilizarse para resolver estos problemas en los que identifican "algo" diferente a los que resolvieron anteriormente. Por ello, los primeros enunciados presentan imágenes de modo de habilitar el uso de esa estrategia: contar dos veces los 10 panes de la bandeja en el **problema 1** y contar 3 veces las 4 pilas del paquete en el **problema 2** (pág. 2).

1. En cada bandeja hornean 10 panes. ¿Cuántos panes hornearán en 2 bandejas iguales a esta?

2. Charo compró 3 paquetes de pilas iguales a este. ¿Cuántas pilas compró?

A su vez, es posible que algunas o algunos estudiantes decidan dibujar la segunda bandeja y los dos paquetes de pilas que faltan para contar uno a uno los elementos que completan cada colección. Otras y otros quizás comiencen contando y abandonen ese camino al reconocer que podrían sumar 10+10 o 4+4+4[4]. Incluso, quienes hayan tenido la oportunidad de resolver problemas multiplicativos anteriormente, podrán identificar que 2x10 o 10x2, y 3x4 o 4x3 son cálculos que permiten resolver este tipo de problemas en los que se repite varias veces la misma cantidad.

Un cambio que presentan los **problemas 3 a 5** es la ausencia de imágenes que acompañen los enunciados. Si bien es posible que las alumnas y los alumnos realicen dibujos o marcas propias que les permitan contar para resolver cada problema, en un espacio de intercambio colectivo se podrá poner en diálogo esas distintas maneras de resolver y advertir que hay otras formas de llegar al resultado sin contar uno a uno cada elemento.

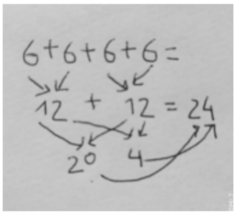
Vale aclarar que el reconocimiento de nuevas estrategias o cálculos no busca desmerecer los procedimientos que alumnas y alumnos produjeron inicialmente, ni de impedir drásticamente que sigan utilizándolos luego de concluir que la multiplicación representa un avance. Es importante valorar lo que cada estudiante sabe y pone en acción, y permitir que sigan utilizándolo mientras lo necesiten. Incluso conviviendo con los nuevos procedimientos que van aprendiendo hasta que confíen en ellos, por ejemplo, contar o sumar para controlar los resultados que obtienen al usar los nuevos cálculos para multiplicar.

Al mismo tiempo señalamos el riesgo de no promover avances en esos procedimientos. Reconocemos aquí una tensión que las y los docentes suelen plantear: “¿hasta cuándo dejamos que resuelvan usando conteo, dedos o palitos?”, “¿cómo hacemos para que avancen sus maneras de resolver?”. Estas preguntas sobre las posibilidades y los límites de las intervenciones docentes, los riesgos de intervenir muy pronto y condicionar las respuestas que las niñas y los niños pueden producir por sí mismos, como así también la necesidad de intervenir para provocar los avances que esperamos, están presentes permanentemente al pensar y repensar nuestras prácticas. Tal como proponemos para el trabajo en las aulas, es necesario que estas preguntas se discutan colectivamente en los equipos docentes de cada escuela. Si bien no es posible dar respuestas que se ajusten a lo que cada niña o niño requiere en cada ocasión, a lo largo del documento intentaremos ejemplificar algunas de las posibles intervenciones que podrían colaborar con estos propósitos.

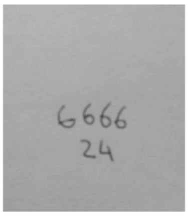
La sección final de este apartado se presenta como una oportunidad para avanzar en esa dirección. Luego de que cada estudiante se enfrentó individualmente a la resolución del **problema 5** (pág. 2), en el espacio colectivo se propone analizar diversas formas de resolución para ese mismo problema.

5. Una caja de lápices de colores trae 6 lápices. ¿Cuántos lápices habrá en 4 cajas iguales a esa?

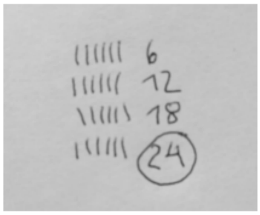
- Vuelvan a mirar los problemas 1 a 5 y cómo los resolvieron.
- Si no lo hicieron aún, anoten al lado de cada problema qué cálculos podrían utilizarse para resolverlos.
- Así resolvieron el problema 5 estas chicas y estos chicos. ¿Alguna de estas formas se parece a la manera que ustedes usaron para resolverlo? ¿Son todas correctas?



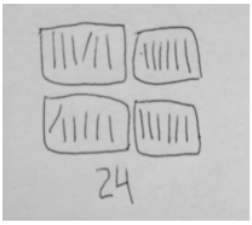
Nina



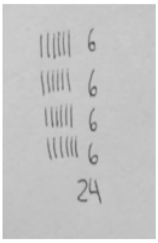
Alma



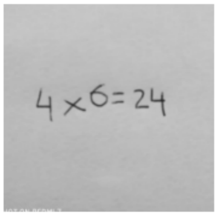
Luca



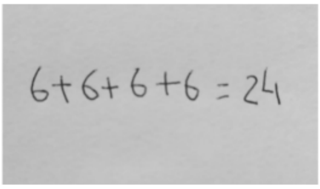
Benja



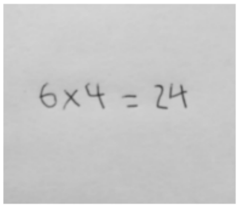
Feli



Rami



Charo



Manu

(Pág. 3)

Como podrán advertir, se presentan aquí distintas maneras correctas de resolver este problema y determinar que hay 24 lápices: conteo, sumas de 6 en 6, sumas reiteradas de 6, sumas que se apoyan en composiciones y descomposiciones, multiplicaciones. Anticipar las posibles respuestas que pueden surgir en la clase pone a las y los docentes en mejores condiciones de intervenir frente a la diversidad de procedimientos y de organizar espacios de debate que permitan analizarlos, compararlos e identificar las ventajas de unos respecto de otros. En este sentido, la reflexión colectiva muestra su potencia para motorizar avances en los procedimientos de resolución junto al progresivo abandono de aquellos que comienzan a reconocer como más costosos.

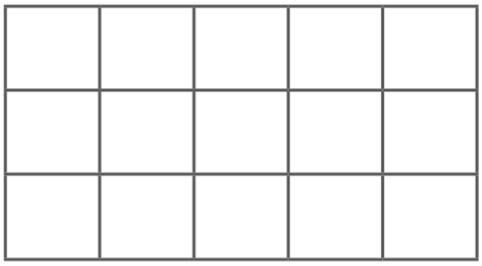
Es importante agregar que esta diversidad de procedimientos sólo hará su aparición en la clase si no se presentan previamente las maneras más económicas de resolver (por parte de la o del docente o de las compañeras o compañeros en un momento inicial de resolución colectiva) y si no se validan o invalidan de entrada las maneras que se espera introducir o abandonar.

Estas condiciones didácticas redundan en la mayor participación de las y los estudiantes, principalmente de los menos avanzados, para quienes cobra mayor sentido intentar caminos de resolución y levantar la mano para compartirlos en la puesta en común porque son escuchados y valorados. Encontrar en los materiales, en los pizarrones y en los carteles del aula esos procedimientos que ellas y ellos usaron y entienden, lejos de generar rechazo, los convoca y hace sentir parte de lo que está sucediendo en la clase.

- **Problemas de filas y columnas**

Se propone continuar con un conjunto de problemas que implican un nuevo sentido de la multiplicación. Se trata de determinar la cantidad de elementos de una colección organizada en filas y columnas. Al igual que planteamos para los problemas de cantidades que se repiten, las alumnas y los alumnos podrán iniciar su resolución a partir del conteo o de sumas reiteradas. Por ejemplo, el **problema 1** (pág. 4) presenta una imagen que intenta facilitar este primer acercamiento, en el que el conteo de cuadraditos resulta accesible y controlable. ¿Será así con rectángulos más grandes, por ejemplo con uno que tenga 34 cuadraditos de base y 17 cuadraditos de altura?

1. Nina recortó un rectángulo de una hoja cuadriculada. ¿Cuántos cuadraditos tiene?

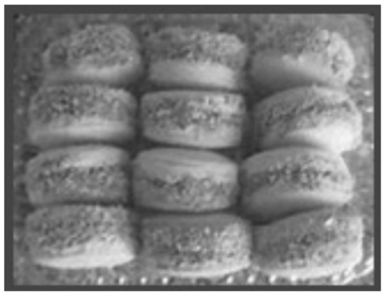


El **problema 2** (pág. 4) busca poner en diálogo las sumas reiteradas con la multiplicación, discusión que permitirá retomar lo trabajado a propósito de los problemas con cantidades que se repiten.

2.

a- ¿Cuántos alfajores hay en cada caja?

Caja 1



Caja 2

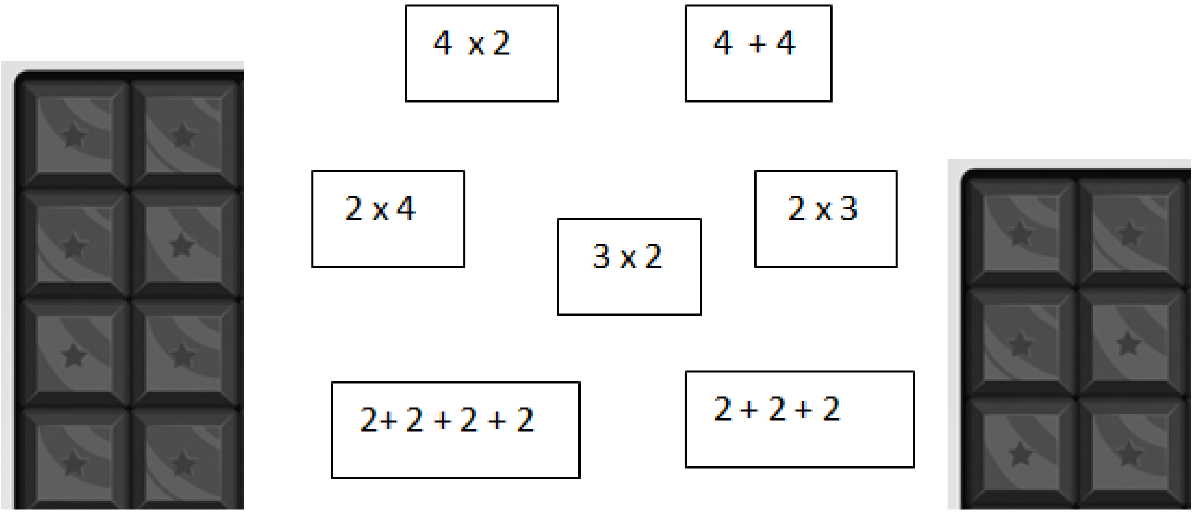
b- Escribí una suma y una multiplicación que permitan averiguar la cantidad de alfajores que hay en cada caja.

Caja 1

Caja 2

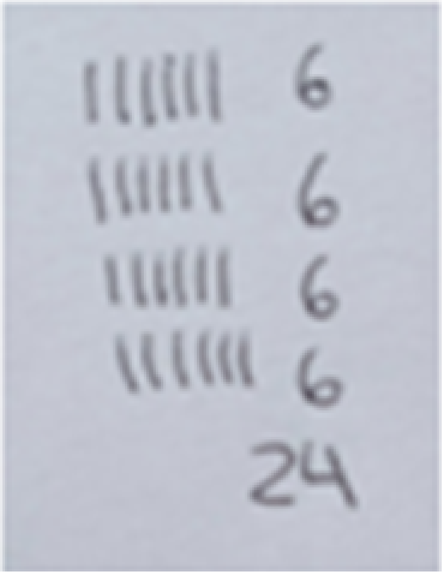
El **problema 3** (pág. 4) apunta a identificar que hay distintas sumas y multiplicaciones que permiten calcular la cantidad de cuadraditos de chocolate de cada barra.

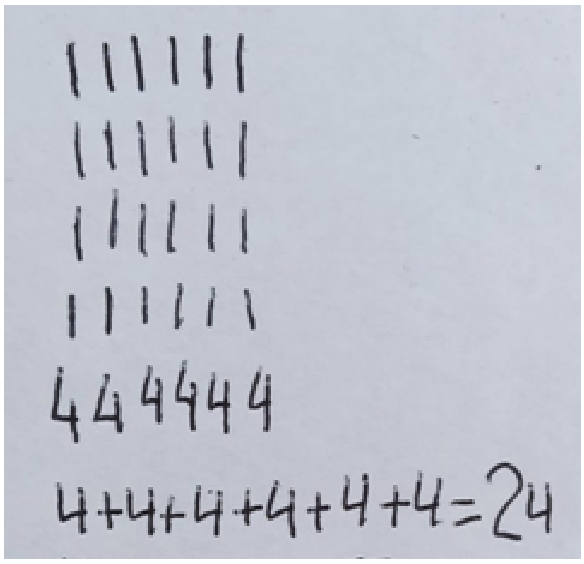
3. ¿Cuál o cuáles de estos cálculos permiten averiguar cuántos cuadraditos de chocolate trae cada barra?



Será interesante ayudar a las niñas y los niños a reconocer qué representa cada número dentro de las sumas y multiplicaciones propuestas. Por ejemplo, ¿qué representa cada número en 2+2+2+2?, ¿por qué también podría resolverse con 4+4?, ¿qué representa cada número en esta suma? Este análisis se vincula con el que podría realizarse a propósito de 4x2 y 2x4 como multiplicaciones que permiten calcular la cantidad de cuadraditos de la primera barra.

Un análisis semejante podría proponerse a propósito de los problemas con cantidades que se repiten. Por ejemplo, para el problema 5 analizado en el apartado anterior: ¿qué representa cada número en los cálculos 4x6 y 6x4?, ¿será entonces también posible esta suma: 4+4+4+4+4+4? Vemos aquí el valor que pueden tener el uso de rayitas y el modo de organizarlas para aumentar el sentido de los cálculos que emplean. Por ejemplo, en este caso, el hecho de acomodar las rayitas de a 6 ayuda a reconocer que cada fila corresponde a una caja: 6+6+6+6. Sin embargo, también puede leerse que cada columna está integrada por 4 lápices que corresponden a un lápiz por caja, de lo que resulta 4+4+4+4+4+4.





Retomaremos este análisis al referirnos a los problemas con combinaciones en el siguiente apartado.

Para finalizar, traemos aquí uno de los contenidos digitales interactivos vinculado al trabajo con este tipo de problemas: Elegir cálculos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar).

Se trata de identificar qué cálculo/s permite/n averiguar, en este caso, la cantidad de ventanas que presenta la imagen.

- **Problemas con combinaciones**

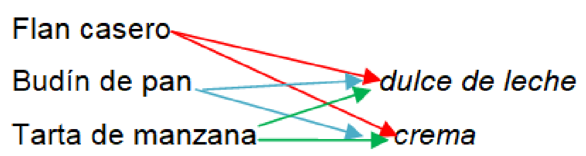
Se propone un conjunto de problemas de un sentido más complejo de la multiplicación, en los que hay que determinar la cantidad de posibilidades que resultan de combinar dos colecciones, por ejemplo, el **problema 2** (pág. 11):

> 2. Diego va a pedir un postre. Puede elegir entre flan casero, budín de pan y tarta de manzana y le puede agregar dulce de leche o crema. ¿Cuántos son los postres posibles con algún agregado?
>
> **Postres**
> Flan casero
> Budín de pan - *dulce de leche*
> Tarta de manzana - *crema*

Es probable que las alumnas y los alumnos hayan tenido escasas oportunidades de enfrentarse a este tipo de problemas en años anteriores, de ser así se presentan como una buena oportunidad para explorar diferentes formas de resolución.

Tal como mencionábamos en apartados anteriores, es posible que a pesar de saber bastante sobre las sumas y las multiplicaciones no reconozcan que pueden usarlas para resolver estos problemas. Es así que la aparición de dibujos, flechas, gráficos y listas no debe ser interpretada como un retroceso en los procedimientos que ya dominan sino como una evidencia del reconocimiento de estar enfrentando un nuevo desafío.

Estos primeros ensayos habilitarán el conteo de las combinaciones posibles y, a partir de allí, la identificación de sumas y multiplicaciones como cálculos posibles. Por ejemplo, frente al **problema 2**, podrían hacer una lista de las combinaciones posibles y contarlas para determinar que hay 6: 2 para el flan, 2 para el budín y 2 para la tarta. Es decir, 2+2+2. Del mismo modo podrán contar las 6 flechas e identificar que de cada postre salen 2 y a cada agregado llegan 3. ¿Podría usarse también 3+3? ¿Y 2x3? ¿Y 3x2? ¿Qué representarían estos números en cada caso?

Flan casero con dulce de leche Flan casero con crema Budín de pan con dulce de leche Budín de pan con crema Tarta de manzana con dulce de leche Tarta de manzana con crema	

Nuevamente, este tipo de trabajo (destinar un tiempo a identificar qué significa lo que están haciendo; en qué se parece lo que hicieron a las maneras que usaron sus compañeras o compañeros; qué es lo que se cuenta, suma o multiplica en cada caso) colabora en ir cargando de sentido lo que van produciendo y aprendiendo.

Se trata entonces de ir ampliando el sentido de este concepto al ir identificando los variados problemas que permite resolver. Este reconocimiento no se da espontáneamente, sino que requiere de instancias de trabajo que apunten a explicitar las nuevas relaciones que van estableciendo: los cálculos que vienen usando para resolver otro tipo de problemas (cantidades que se repiten y organizaciones rectangulares) extienden su alcance al mostrarse como herramientas que también permiten resolver problemas con combinaciones.

Entre los desafíos que presenta este tipo de problemas se encuentra el de controlar que se hayan considerado todas las combinaciones posibles y que no se haya repetido ninguna. Es por ello que no conviene depositar toda la confianza en los dibujos, los gráficos, las flechas y los listados de combinaciones. Siempre se corre el riesgo de omitir o repetir alguna de las posibles. Es así que la multiplicación se presenta como una operación que permite evitar tales riesgos y ofrecer una respuesta más certera. Sin embargo, el abandono de unos procedimientos por otros no es automático ni se produce sin esfuerzo. Será necesario destinar un tiempo para analizar ventajas y desventajas de unos y otros y para apropiarse de a poco de aquello que queremos que vayan aprendiendo. Es parte del trabajo que se propone en la sección final (pág. 12).

- Vuelvan a mirar los problemas de esta página y cómo los resolvieron. ¿Están seguros de que consideraron todas las opciones y de que no repitieron ninguna?

Estos debates que se inician en tercer año serán retomados y profundizados en segundo ciclo.

- **Cálculos y problemas**

En esta ocasión se presentan tres problemas de diversos sentidos: cantidades que se repiten, filas y columnas y combinaciones. La intención al reunirlos es identificar que todos ellos tienen en común que pueden ser resueltos por multiplicaciones. Para favorecer este análisis propusimos situaciones que involucran los mismos números: 4 bicicletas de 2 ruedas cada una en el **problema 1**, 2 filas de 4 azulejos cada una o 4 columnas de 2 azulejos cada una en el **problema 2**, y 4 remeras y 2 pantalones en el **problema 3** (págs. 11-12).

Por un lado, se trata de una nueva oportunidad para resolver problemas con los que vienen interactuando en clases anteriores. En este sentido, representan una ocasión para reinvertir lo que aprendieron e identificar las dudas o dificultades que aún persisten. Por otro lado, el hecho de poner en diálogo problemas que abarcan diferentes sentidos de una misma operación sigue teniendo la intención de identificar los distintos problemas que permite resolver.

A continuación haremos referencia a los apartados del material para estudiantes (disponible para descargar al final de esta propuesta) que apuntan a establecer relaciones entre productos y avanzar en la construcción de un repertorio multiplicativo.

Relaciones entre productos y repertorio multiplicativo

Un rasgo que comparten las situaciones que se incluyen en estos apartados se vincula con un modo particular de organizar la información (en tablas) y, a partir de allí, las posibilidades que se abren para establecer relaciones entre datos y resultados. Si bien esto puede representar una novedad respecto de los problemas que las niñas y los niños han tenido oportunidad de resolver, el tipo de problema involucrado se emparenta con los de cantidades que se repiten ya conocidos. Es por ello que muy probablemente reaparezcan en primer lugar los procedimientos que las niñas y los niños usaron al resolver aquellos problemas y que, progresivamente, comiencen a identificar otras maneras posibles de completar los casilleros de cada tabla.

En primer ciclo, la introducción de tablas que vinculan dos magnitudes que aumentan o disminuyen proporcionalmente no apunta a estudiar la proporcionalidad directa en sí misma. Sin embargo, no podemos desconocer que se vincula con el estudio de este contenido que se profundizará en segundo ciclo.

Los problemas con cantidades que se repiten analizados anteriormente también forman parte de los "problemas de proporcionalidad directa", aunque no se los denomine de ese modo en primer ciclo. Volvamos al **problema 2** (pág. 2):

2. Charo compró 3 paquetes de pilas iguales a este. ¿Cuántas pilas compró?

En este caso se vinculan dos magnitudes: cantidad de paquetes y cantidad de pilas. La cantidad de pilas por paquete se mantiene constante y a medida que aumenta la cantidad de paquetes, también aumenta la cantidad de pilas. Si bien, aparentemente, se ofrecen dos datos (la cantidad de pilas por paquete, en este caso a partir de una imagen, y la cantidad de paquetes comprados), al presentar esta información en una tabla resulta evidente que disponemos de tres datos y debemos averiguar el cuarto[5].

Cantidad de paquetes	1	3
Cantidad de pilas	4	?

Extendamos ahora la tabla para dejar aún más claro el vínculo entre los problemas con cantidades que se repiten y los problemas con tablas que estamos señalando.

Cantidad de paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de pilas	4									

Al resolver el **problema 2** (el de los paquetes de pilas), las niñas y los niños suelen comenzar dibujando, contando y sumando, para luego reconocer a la multiplicación como herramienta de resolución. Sin embargo, frente a la novedad que representan los problemas con tablas (por el formato en sí y porque en una sola tabla se incluyen varios problemas, ya que no sólo se averigua cuántas pilas hay en 3 paquetes sino de 2 a 10 paquetes), es probable que vuelvan a contar o sumar. Por ejemplo, algunas niñas y algunos niños suelen explicar que completan los casilleros de la tabla sobrecontando (“si en 5 paquetes hay 20 pilas, en 6 paquetes habrá 21, 22, 23, 24, hay 24”), sumando de 4 en 4 las pilas que se agregan cada vez que aumenta un paquete (20+4=24) o multiplicando la cantidad de paquetes por la cantidad de pilas por paquete para completar cada casillero (“si son 6 paquetes, como cada paquete tiene 4 pilas, hago 6x4 y me da 24 pilas”; “para 6 paquetes hice 4x6, son 24 pilas”).

Como venimos señalando, estas diversas maneras de completar las tablas harán su aparición si no se define de antemano la manera más económica de hacerlo. Es importante recordar que los caminos que cada estudiante vaya explorando para resolver estos problemas formarán parte de la trama de sentido de estos primeros acercamientos, por lo que es necesario que encuentren un lugar en el aula. Los rodeos que solemos reconocer en los razonamientos de las alumnas y los alumnos no deben preocuparnos, incluso cuando parecen conducirlos a un callejón sin salida. Es preciso que los acompañemos con paciencia, sabiendo que los desvíos y los retrocesos, frecuentemente muy mal vistos, permiten retomar los caminos abandonados, desestimados o inadvertidos. A diferencia de lo que podría suponerse, los atajos que conducen directamente al éxito alejan de la riqueza que las marchas y contramarchas propias de los procesos de aprendizaje pueden ofrecer.

A continuación, haremos una breve referencia a los problemas incluidos en cada apartado. Una intención que recorre este conjunto de problemas es la de ofrecer la oportunidad de comenzar a analizar los productos de las tablas de multiplicar del 2 al 10, estableciendo algunas relaciones entre ellos. En primer lugar, agrupamos las tablas de productos de 2, 4 y 8; luego las de 3, 6 y 9 y, finalmente, las de 5 y 10. Esta decisión busca favorecer el reconocimiento de vínculos de dobles, mitades, triples, tercios, cuádruples o cuartos entre los factores y productos involucrados en cada caso. Si bien no esperamos que se explicite con las niñas y los niños de primer ciclo, estas relaciones se apoyan en las propiedades de la multiplicación y de la proporcionalidad que serán abordadas en el ciclo siguiente[6].

- **Tablas para saber cuánto se necesita**

El **problema 1** (pág. 6) incluye tres tablas que vinculan la cantidad de tartas, tortas y flanes con la cantidad de huevos que se usan en cada caso (2, 4 y 8). Las imágenes que acompañan cada tabla podrán resultar punto de apoyo para la resolución.

1. Completá las tablas que muestran la cantidad de huevos que se necesitan para hacer tarta, torta y flan.

Para hacer una tarta se usan 2 huevos.

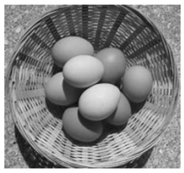
Cantidad de tartas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	2									

Para hacer una torta se usan 4 huevos.

Cantidad de tortas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	4									

Para hacer un flan se usan 8 huevos.

Cantidad de flanes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	8									



2. Valentina encontró otra receta de flan que lleva 7 huevos. Completá la tabla que empezó.

Cantidad de flanes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	7									

Tal como mencionamos anteriormente, las niñas y los niños podrán contar, sumar o multiplicar para completar cada tabla. La sección final propone la explicitación de estos diversos procedimientos y avanza en la identificación de relaciones de dobles, triples, mitades y cálculos de sumas y restas.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- ¿Cómo hicieron para completar las tablas? ¿Contaron, hicieron dibujos o rayitas, sumaron, multiplicaron, usaron la calculadora? ¿Fueron cambiando o siempre usaron la misma forma?
- Algunas chicas y algunos chicos dicen que encontraron una manera de completar algunos casilleros usando dobles, triples, mitades, sumando o restando cantidades. ¿Cómo les parece que harán?

Será interesante dejar registro de las ideas que circulen y de las conclusiones a las que arriben ya que serán retomadas al resolver los siguientes problemas.

Entre los procedimientos que las alumnas y los alumnos suelen usar inicialmente para completar este tipo de tablas se encuentran, por ejemplo, contar de 2 en 2 o multiplicar por 2 la cantidad de tartas de cada casillero. Cuando cuentan de 2 en 2 lo que están haciendo es agregar a la cantidad anterior los 2 huevos que se necesitan preparar una nueva tarta. En cambio, cuando multiplican por 2 la cantidad de tartas de cada casillero no necesitan apoyarse en el resultado anterior sino que recurren al valor de la unidad: “como cada tarta usa 2 huevos, para 8 tartas necesitaré 8x2”, “para 8 tartas puedo hacer 2x8”. Si bien ambos procedimientos permiten completar correctamente la tabla, ponen en juego conocimientos diferentes.

A su vez, es posible que comiencen a identificar que “si preparo el triple de tartas necesito el triple de huevos”. En el caso de aulas plurigrado, en las que comparten el aula con estudiantes de segundo ciclo, podrían también circular relaciones como las siguiente: “si preparo 4 tartas y luego 5 tartas, entonces hice 9 tartas; para las 4 tartas usé 8 huevos y para las otras 5 usé 10 huevos, son 18 huevos en total”.

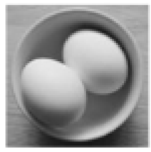
Estas primeras relaciones están fuertemente vinculadas al contexto, en este caso a la preparación de tartas.

Progresivamente se irán descontextualizando para ser estudiadas como propiedades de la proporcionalidad en segundo ciclo.

Triple

Cantidad de tartas	1	2	3	4 +	5 =	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	2	4	6	8 +	10 =	12	14	16	18	20

Triple



Hemos ya mencionado que el problema 1 presenta tres tablas en las cuales la cantidad de huevos correspondiente a la unidad es 2, 4 y 8. La intención de esta elección es que las y los estudiantes puedan avanzar en el establecimiento de relaciones entre tablas. A partir del análisis colectivo, se espera que puedan comenzar a reconocer que la cantidad de huevos que se usa para hacer 3 tortas (3x4=**12**) es el doble de la que se usa para hacer 3 tartas (3x2=**6**) y la mitad de la que se usa para hacer 3 flanes (3x8=**24**). También se podrá invitar a analizar que algunos números se repiten en las tres tablas, por ejemplo, el **16**.

Cantidad de tartas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	2		6					16		

Cantidad de tortas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	4		12	16						

Cantidad de flanes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	8	16	24							

Tal vez sea fácilmente reconocible la relación entre 8x2 y 2x8, mientras que otras relaciones puedan pasar aún inadvertidas. Este trabajo de análisis se retomará al introducir la tabla pitagórica y se extenderá con mayor profundidad en segundo ciclo.

En este apartado también se incluye una tabla en la que se usan 7 huevos para preparar cada flan (**problema 2,** pág. 7), retomaremos este análisis a propósito del trabajo en torno a la tabla pitagórica.

- **Usar las tablas para resolver nuevos cálculos y problemas**

Esta propuesta apunta a que las alumnas y los alumnos comiencen a reconocer que las tablas que completaron anteriormente pueden ayudar a resolver nuevos cálculos y problemas. Esta intención se explicita en la sección final (pág. 9):

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- Analicen si usaron las tablas que fueron completando para resolver estos nuevos problemas. Y si las usaron, compartan cómo lo hicieron. Si no las usaron, discutan cómo podrían usarlas.

Es por ello que sugerimos que esas tablas queden disponibles para su consulta, tanto en las paredes del aula como en los cuadernos o carpetas. Su uso frecuente y la participación en instancias de análisis colectivo sobre las diversas relaciones entre productos favorecerá, sin dudas, la construcción de un repertorio multiplicativo que se irá ampliando progresivamente.

La tabla que se presenta en el **problema 3** (pág. 8) introduce una novedad: los valores que indican la cantidad de litros de agua no son consecutivos.

3. Completá esta tabla que muestra cuántas gotas de lavandina se precisan para desinfectar fruta según la cantidad de agua que se ponga en el balde.

Cantidad de litros de agua	1	2	4	5	8	10
Cantidad de gotas de lavandina	2					

Esta particularidad impide o dificulta, por ejemplo, que las niñas y los niños completen los casilleros contando de 2 en 2 o sumando 2 gotas de lavandina a la cantidad calculada para el casillero anterior. Para completarla podrían: consultar la tabla de las tartas y seleccionar de allí los productos necesarios, multiplicar en cada caso la cantidad de litros de agua por 2 (correspondiente a la cantidad de gotas de lavandina por litro), o bien, apoyarse en algunas de las relaciones ya analizadas (por ejemplo, “para el doble de litros de agua se necesitará el doble de gotas de lavandina”, “para calcular la cantidad de gotas de lavandina que se necesitan para 5 litros puedo sumar las que se usan para 1 litro y para 4 litros de agua”).

El **problema 6** (pág. 8) plantea dos preguntas que podrían responderse de manera independiente, o bien, retomando la primera para resolver la segunda.

6. En una empresa van a cambiar las ruedas de los camiones. Cada camión necesita 6 ruedas nuevas.

a- ¿Cuántas ruedas deben comprar para cambiar las de 5 camiones?

b- ¿Y para 8 camiones?

Si bien para resolver este problema no podrán usar directamente los resultados de las tablas anteriores, es probable que puedan reinvertir las relaciones que establecieron al completarlas. Por ejemplo, en **a-** podrían contar de 6 en 6, sumar reiteradamente 6 o multiplicar 5x6 o 6x5. Y en **b-** podrían usar esos mismos procedimientos, o bien, sabiendo que para 5 camiones se necesitan 30 ruedas, sobrecontar a partir de allí de 6 en 6 o sumar (30+6+6+6 o 30+18).

- **Más problemas con tablas**

En esta ocasión, el **problema 1** (pág. 9) agrupa las tablas de 3, 6 y 9 que admiten un análisis semejante al realizado a propósito de las tablas de 2, 4 y 8.

1. Estas tablas muestran la cantidad de alfajores que se necesitan para completar diferentes cajas. Completá las tablas.

Cantidad de cajas de 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alfajores	3									

Cantidad de cajas de 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alfajores	6									

Cantidad de cajas de 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alfajores	9									

Preguntas tales como: ¿habrá aquí también factores que se repiten?, ¿también se podrá contar de 3 en 3, de 6 en 6 o de 9 en 9?, ¿qué relaciones se pueden establecer entre los productos de estas tablas?, permitirán retomar el análisis realizado anteriormente para abordar este nuevo conjunto de tablas. Vale la pena reiterar que este tipo de trabajo habilita la producción de ideas muy diferentes a las que pueden circular cuando se presentan las tablas de multiplicar de una en una, desde la del 2 hasta la del 10, sin establecer relaciones entre ellas. Volveremos sobre estas consideraciones al referirnos a la tabla pitagórica.

El **problema 2** (pág. 9) presenta la tabla del 5. Será interesante que la o el docente observe: ¿siguen usando los mismos procedimientos que usaban inicialmente?, ¿cuáles van dejando de lado y por cuáles optan?, ¿usan la calculadora para comprobar? Si bien en la tabla colocan sólo resultados, ¿anotan los cálculos o procedimientos que les permitieron averiguarlos?, ¿qué anotan? Analizar los diversos procedimientos que las niñas y los niños utilizan y cómo los van modificando resulta indispensable para acompasar las intervenciones didácticas al ritmo de esos procesos.

2. Completá la tabla que muestra la cantidad de huevos que se necesitan para hacer un budín.

Para hacer un budín se usan 5 huevos.

Cantidad de budines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de huevos	5									

En el caso de esta tabla en particular, como así también para las del 10 y del 100 del **problema 3** (pág. 10), posiblemente evoquen el trabajo en el contexto del dinero.

3. Completá estas tablas.

Cantidad de billetes de $10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de dinero	10									

Cantidad de billetes de $100	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de dinero	100									

Contar de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100 puede resultar un punto de apoyo. Asimismo algunas niñas y algunos niños podrán identificar, por ejemplo, que “4 de 100 son 400” sin necesidad de hacer cálculos.

A su vez, es probable que luego de analizar la tabla del 5 reconozcan que todos los productos terminan en 0 o en 5. Estas regularidades que van identificando pueden ser registradas en carteles que guarden memoria de lo que van aprendiendo sobre las multiplicaciones. Al igual que el reconocimiento de que todos los productos de la tabla del 10 terminan en 0 y los de la tabla del 100 terminan en 00. Estas ideas podrán ser reinvertidas al resolver los cálculos que ofrece el **problema 4** (pág. 10).

4. Tratá de resolver estos cálculos sin hacer cuentas. Las tablas que completaste te pueden ayudar. Después podés comprobar con la calculadora.

2 x 10 =	5 x 10 =	8 x 10 =
3 x 10 =	6 x 10 =	9 x 10 =
4 x 10 =	7 x 10 =	10 x 10 =
2 x 100 =	5 x 100 =	8 x 100 =
3 x 100 =	6 x 100 =	9 x 100 =
4 x 100 =	7 x 100 =	10 x 100 =

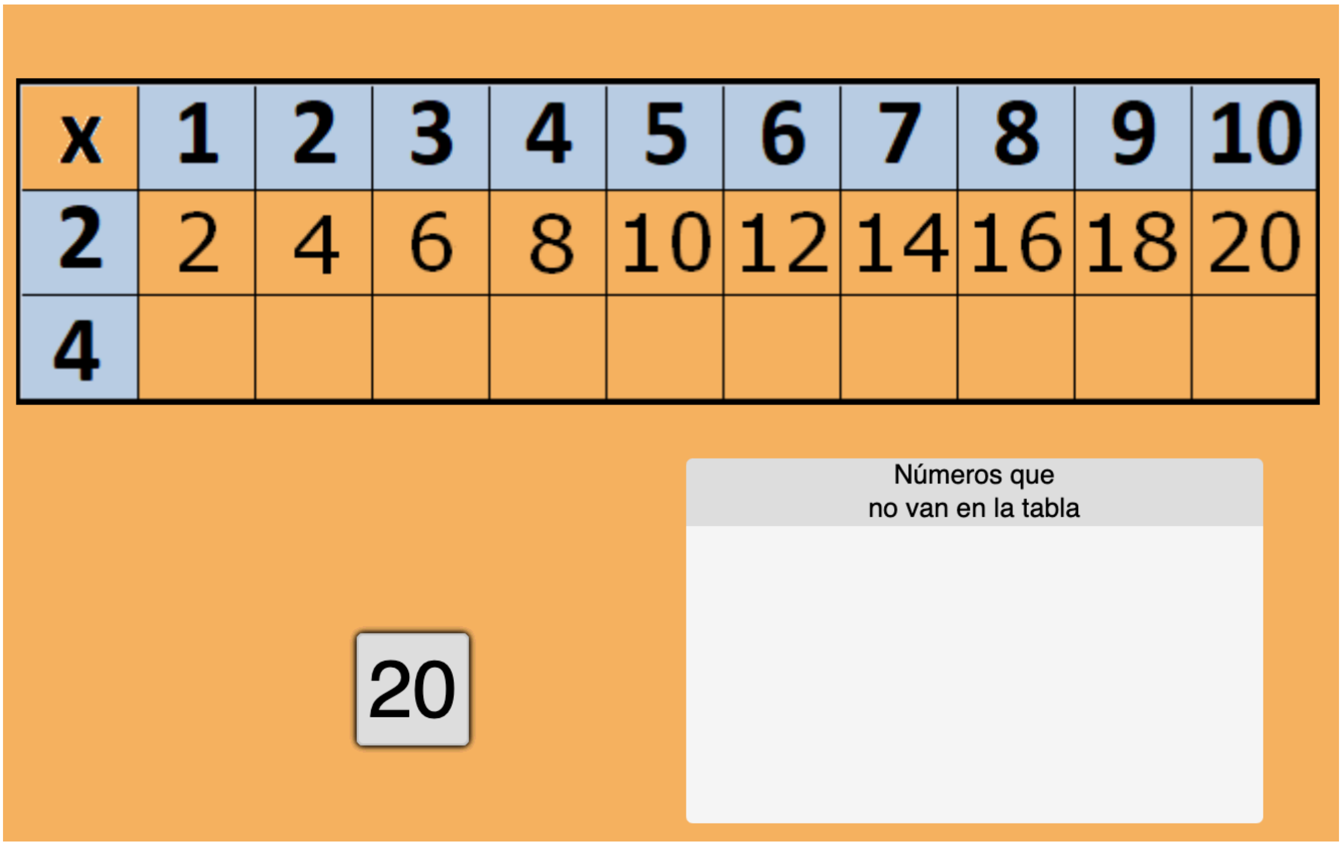
Estos cálculos se retoman en el apartado **Multiplicar por 10, por 100 y por 1.000** de este material (pág. 23).

En este sentido, el trabajo con tablas también apunta a engrosar y sistematizar el repertorio de multiplicaciones con el que vienen interactuando y que se constituirá progresivamente en lugar de referencia para resolver nuevos problemas multiplicativos. Dicho de otro modo, se trata de las “tablas de multiplicar” hasta el 10 que han ocupado un lugar central en las propuestas de enseñanza del nivel primario y sobre las que nos interesa compartir algunas consideraciones.

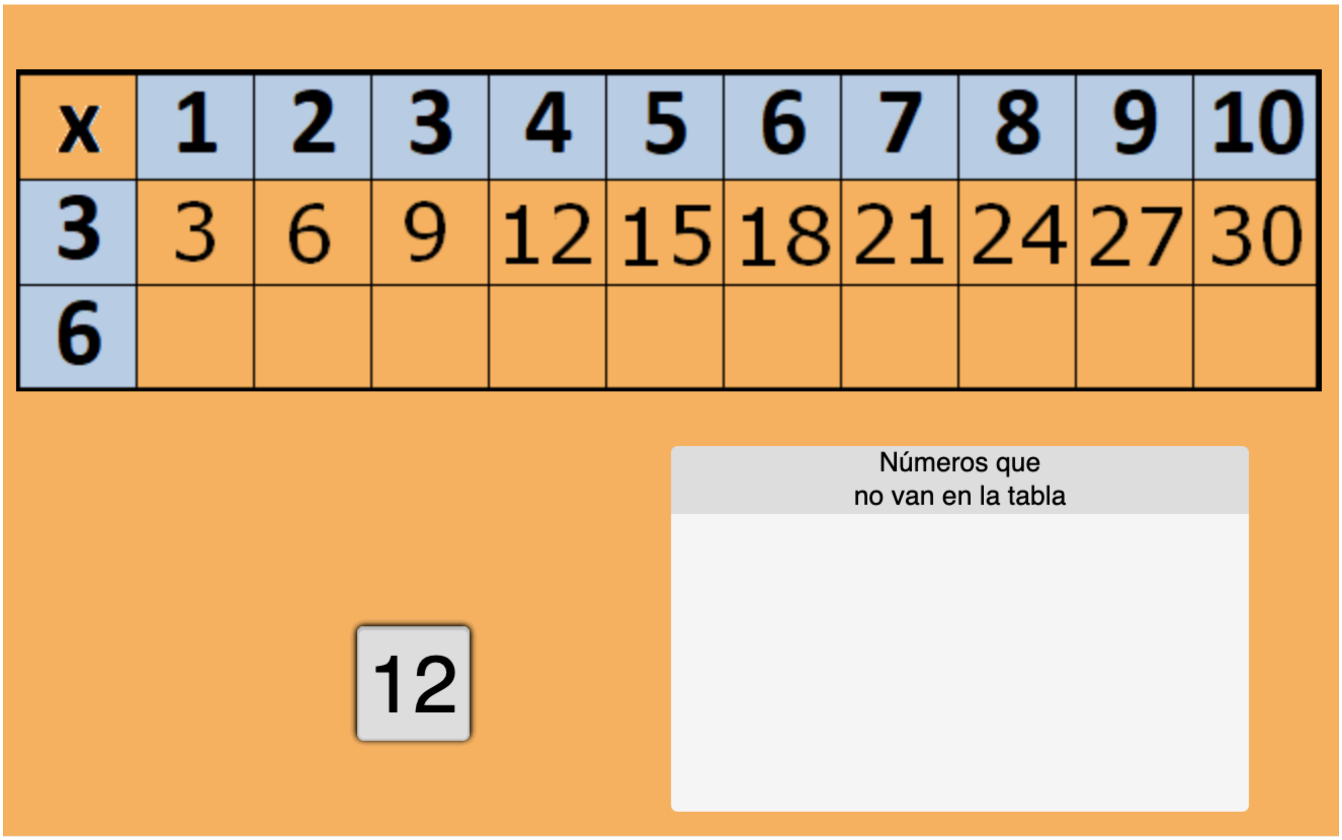
Seguramente, cada docente podrá evocar sus propias experiencias al aprender o enseñar las tablas de multiplicar. Tal vez la mayoría comparta el recuerdo de aprenderlas una a una, empezando por la del 2, siguiendo por la del 3 y así de seguido hasta la del 10; algunas en segundo grado y otras en tercero. Siempre presentadas junto a la indicación de aprenderlas de memoria como condición previa a su uso para resolver cuentas o problemas. Esta fuerte impronta lleva muchas veces, incluso a las familias de nuestras alumnas y alumnos, a preguntar si es necesario exigir su memorización o si no es preciso pretenderlo, si es posible resolver problemas de multiplicar sin conocer las tablas, entre otras preguntas que resuenan.

Así como hemos planteado para las sumas y las restas, disponer de un repertorio de cálculos conocidos en memoria pone a las alumnas y los alumnos en mejores condiciones para resolver nuevos cálculos. Ahora bien, ese repertorio memorizado no se plantea como punto de partida sino que se va construyendo y ampliando progresivamente a partir de un tiempo de trabajo sostenido entre tercer y cuarto año. Ese recorrido incluye la identificación de cálculos fáciles y difíciles, el reconocimiento de los que ya se sabe de memoria y de los que aún quedan por aprender, la elaboración de cuadros con sumas que dan 10, 100 o 1.000, entre otras. Esos cuadros en los cuadernos o en carteles en las paredes del aula quedan disponibles para recurrir a ellos todas las veces que sea necesario, hasta que formen parte de aquello que saben y no necesitan consultar. Del mismo modo, el repertorio multiplicativo va creciendo a medida que se resuelven cálculos y problemas, se analizan diversas relaciones entre factores y productos organizados en tablas (incluida la tabla pitagórica), se usan cálculos conocidos para resolver nuevos cálculos. Presentamos a continuación algunas propuestas o materiales que podrían enriquecer este trabajo.

En primer lugar, podrán encontrar varios contenidos digitales interactivos (CDI) vinculados al repertorio multiplicativo, por ejemplo, Filas de las tablas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar), donde se presentan distintas tablas para completar.



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
4										



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
6										

Como puede verse, para completar la del 4 se ofrece la del 2 como referencia y para completar la del 6 se ofrece la del 3. Claramente se busca que se apoyen en las relaciones de dobles entre dichas tablas.

Otra de los CDI disponibles es Productos en filas y columnas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)[7]. Aquí también la tabla del 10 es el doble de la tabla del 5 y las tablas del 2, 4 y 8 mantienen relaciones de dobles, mitades, cuartos y cuádruples.

x	5	10
3		
5		
7		
8		

50

Números
que no
van en
la tabla

x	2	4	8
3			
5			
7			

12

Números
que no
van en
la tabla

Otro material interesante que podrían consultar es la **Serie Piedra Libre**. Se trata de un material elaborado por el Ministerio de Educación de la Nación y publicado en 2011, tanto en formato papel como digital. Se encuentra disponible en el portal educativo educ.ar desde donde aún hoy puede consultarse en línea o descargarse[8]. Tres de los fascículos están abocados a la multiplicación y la división: *Sobre las tablas*, *Relaciones múltiples* y *Múltiples problemas*. El siguiente cuadro presenta brevemente los contenidos que se abordan en cada uno de ellos.

Sobre las tablas	Multiplicación y división, repertorio multiplicativo, usar resultados conocidos para resolver nuevos cálculos, relaciones entre las tablas de multiplicar, usar multiplicaciones para resolver divisiones. Incluye propuestas para trabajar con la calculadora.
Relaciones múltiples	Multiplicación y división (reparto y partición), cálculos de multiplicar y de dividir, repertorio multiplicativo, usar resultados conocidos para resolver nuevos cálculos, establecer relaciones entre las tablas de multiplicar, multiplicaciones y divisiones por 10, 100 y 1.000, relaciones entre la multiplicación y la división, usar diferentes cuentas de multiplicación y división. Incluye problemas para trabajar con la calculadora.
Múltiples problemas	Multiplicación y división, cálculos de multiplicaciones y divisiones, usar cálculos conocidos para resolver nuevos cálculos, multiplicaciones y divisiones por 10, 100 y 1.000, usar multiplicaciones para resolver divisiones, conocer diferentes cuentas para dividir.

Es importante tener en cuenta que se trata de materiales no graduados, por lo que al interior de cada fascículo encontrarán situaciones que podrían utilizarse con estudiantes de diferentes años.

- **Un cuadro con multiplicaciones**

Los problemas que se incluyen en este apartado recuperan el trabajo realizado en torno a los problemas con tablas. En este caso, el cuadro con multiplicaciones presenta los productos que resultan de multiplicar entre sí los factores del 1 al 10. El modo en que están organizados habilita el establecimiento de nuevas relaciones entre productos. Se trata de un trabajo que inicia en tercer año y se profundiza en segundo ciclo, en este sentido se espera que durante un tiempo se dé lugar a un trabajo de carácter exploratorio que se irá sistematizando a lo largo de este año y el siguiente.

Tal como mencionamos respecto de las tablas trabajadas anteriormente, la memorización de los productos no se plantea como punto de partida, sino que, a partir de su uso y análisis, se espera que las niñas y los niños vayan ampliando su repertorio multiplicativo progresivamente. Es por ello que volvemos a insistir en la importancia de disponer del cuadro con multiplicaciones para su consulta: en las paredes del aula y en los cuadernos o carpetas. Cada niña o niño podrá decidir cuándo deja de necesitarlo. El **problema 2** (pág. 14), por ejemplo, apunta al reconocimiento de aquellas multiplicaciones que ya saben de memoria y las que aún quedan por aprender. Será interesante revisitar este registro en diferentes oportunidades para identificar sus avances y tener más en claro lo que aún queda pendiente.

2. Anotá algunas multiplicaciones que sepas de memoria y otras que todavía tenés que aprender.

Multiplicaciones que ya sé	Multiplicaciones que tengo que aprender

En relación a la construcción y ampliación del repertorio multiplicativo se encuentran disponibles varios CDI, por ejemplo Adivinar el producto - Continuemos estudiando (abc.gob.ar). Se trata de identificar entre los números que se ofrecen cuál es el producto que corresponde al casillero indicado, o sea, el resultado de 6x3 o 3x6. En este caso, la oferta de números posibles acota la búsqueda por parte de las niñas y los niños, lo que representa una ayuda para decidir.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	?	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

13

22

18

20

14

Otro CDI es La tabla incompleta - Continuemos estudiando (abc.gob.ar). Se proponen distintos recortes de la tabla incompletos. En las sucesivas situaciones se va aumentando la cantidad de filas que se presentan hasta llegar al cuadro completo. En cada caso, se ofrecen diferentes números para ubicar en los lugares correspondientes.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	?	4	5	6	7	?	9	?
2	2	?	6	8	10	?	14	16	18	20
3	3	6	?	12	15	18	21	24	27	30

12

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	?	8	10	?	14	16	18	20
3	3	?	?	12	?	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	?
5	5	10	?	20	25	30	?	40	45	50

15

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	?	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	?	20
3	3	6	?	12	15	18	21	?	27	30
4	4	8	12	16	20	24	?	32	36	40
5	?	10	15	?	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	?	?	48	54	60
7	7	14	?	28	35	42	49	56	?	70
8	8	16	?	32	40	48	56	?	72	80
9	9	18	27	36	?	?	63	72	81	90
10	10	20	?	40	50	60	70	80	90	?

20

Números que no van en la tabla

Otra propuesta es Encontrar los productos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar), que brinda nuevas oportunidades de interactuar con el cuadro con multiplicaciones y sus productos. En todos los casos, será interesante proponer espacios de trabajo individual, pero también en parejas o colectivo para analizar en qué casos necesitan aún consultar el cuadro con multiplicaciones completo y en qué se apoyan para reconocer cuál es el número correcto.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	?	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	?	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	?	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	?	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

25

Números que no van en la tabla

También podrá proponerse un trabajo en torno a Completar los productos- Continuemos estudiando (abc.gob.ar). Al igual que otros CDI presenta problemas con distintos niveles de complejidad, en este caso podrá verse que el segundo cuadro ofrece menor cantidad de puntos de referencia para identificar los productos a ubicar en cada casillero.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	?	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15		?		27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30		40	45	50
6	6	12	18	24	30		?	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36		?		72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

42

Números que no van en la tabla

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1			3							
2			6				?			
3			9							
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5			15		?					?
6			18							
7			21				?			
8			24							
9		?	27							
10			30			?				

18

Números que no van en la tabla

Finalmente, compartimos Productos intrusos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar). En este caso se trata de identificar productos incorrectos en el cuadro con multiplicaciones. También será interesante compartir cómo hicieron para identificarlos.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	5	8	10	12	15	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	22	24	27	30
4	4	6	12	16	20	24	28	32	34	40
5	5	10	15	20	25	30	32	40	45	50
6	6	12	9	24	35	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	47	56	63	70
8	8	16	28	32	40	48	56	68	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	80	90
10	10	20	30	40	55	60	70	80	90	110

En este apartado también se incluyen problemas que propician la identificación de relaciones entre productos de distintas filas y columnas. Por ejemplo, los **problemas 3 y 4** (págs. 15 y 16) que apuntan a analizar las relaciones entre las columnas de 2, 4 y 8 y las de 3, 6 y 9. Será interesante evocar y vincular con el trabajo realizado anteriormente en torno a las tablas.

3. Completá las columnas del 2 y del 8.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				4						
2				8						
3				12						
4				16						
5				20						
6				24						
7				28						
8				32						
9				36						
10				40						

Una pista
Los productos de la columna del 4 te pueden ayudar.

4. Completá las columnas del 6 y del 9.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1			3							
2			6							
3			9							
4			12							
5			15							
6			18							
7			21							
8			24							
9			27							
10			30							

Una pista
Los productos de la columna del 3 te pueden ayudar.

Este trabajo podrá enriquecerse a partir del CDI Columnas de las tablas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar) en el que se ofrece una nueva oportunidad de analizar dichas relaciones.

AYUDITA

Los resultados de la tabla del 4, son el doble de los resultados de la tabla del 2, y los resultados de la tabla del 8 son el doble de los resultados de la tabla del 4.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1		3		5	6	7		9	10
2	2		6		10	12	14		18	20
3	3		9		15	18	21		27	30
4	4		12		20	24	28		36	40
5	5		15		25	30	35		45	50
6	6		18		30	36	42		54	60
7	7		21		35	42	49		63	70
8	8		24		40	48	56		72	80
9	9		27		45	54	63		81	90
10	10		30		50	60	70		90	100

4

Números que no van en la tabla

El **problema 5** (págs. 16-17) propone completar las columnas del 7 y la del 10. En este caso el resto de las columnas están disponibles.

5.

a- Completá la columna del 7. ¿En cuál o cuáles de las columnas completas te podrías apoyar? ¿Hay una única posibilidad?

b- Completá la columna del 10.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6		8	9	
2	2	4	6	8	10	12		16	18	
3	3	6	9	12	15	18		24	27	
4	4	8	12	16	20	24		32	36	
5	5	10	15	20	25	30		40	45	
6	6	12	18	24	30	36		48	54	
7	7	14	21	28	35	42		56	63	
8	8	16	24	32	40	48		64	72	
9	9	18	27	36	45	54		72	81	
10	10	20	30	40	50	60		80	90	

Probablemente completar la columna del 10 no represente un gran desafío. Por un lado, porque ya han tenido oportunidad de completar la tabla del 10 y de resolver cálculos de multiplicar por 10. A su vez, sería interesante que puedan identificar que este mismo cuadro de números ofrece los productos en la última fila casi completa.

Para completar la columna del 7 podrían apelar a diferentes relaciones: sumar los productos de las columnas del 3 y del 4, las del 2 y del 5 o la del

6 y la del 1. A su vez, sería interesante explorar si también es posible averiguar los productos de la columna del 7 sumando tres columnas, por ejemplo, las del 1, 2 y 4. O bien, restar los productos de las columnas del 8 y del 1, las del 9 y del 2 o las del 10 y del 3. Otro camino posible sería identificar que algunos de esos productos ya están disponibles en el cuadro. Por ejemplo, si se necesita averiguar el producto que corresponde a la segunda fila (7x2), es posible recurrir al séptimo casillero de la columna del 2 (2x7).

La sección final para pensar entre todas y todos (pág. 18) apunta a explicitar las relaciones que cada niña o niño pudo identificar y elaborar nuevas para que queden disponibles para el conjunto de la clase.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

Vuelvan a mirar el problema 5.

- Escriban algunas pistas que puedan ayudar a otras chicas u otros chicos a completar las columnas del 7 y del 10 en este cuadro.

En el **problema 6** (pág. 17) se propone un conjunto de afirmaciones en los que hay que determinar si son verdaderas o falsas. Dado que este tipo de problemas puede representar cierta novedad, se propone para resolver entre todas y todos.

Para hacer entre todas y todos

6. Indiquen si estas afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a- En cada fila, los productos de la tabla del 4 son el doble que los productos de la tabla del 2.

b- En cada fila, los productos de la columna del 8 son el triple que los productos de la del 4.

c- En cada fila, los productos de la columna del 6 son el doble de los de la columna del 3.

d- En cada fila, los productos de la columna del 5 son la mitad de la columna del 10.

e- Si dentro de una misma fila se suman el producto de la tabla del 2 con el de la tabla del 6, se obtiene el producto de la tabla del 8.

f- Dentro de una misma fila, el producto de la tabla del 3 se puede obtener restando el de la tabla del 2 al de la tabla del 5.

Diversos tipos de problemas que involucran la división

- **Problemas en los que hay que repartir y partir**

La colección de problemas que se presentan aquí también admiten ser resueltos a través de diversos procedimientos. Por ejemplo, para resolver el **problema 1** (pág. 18), las niñas y los niños podrán dibujar tres platos y distribuir uno a uno los 12 alfajores de la fuente. Incluso podrán acompañar cada dibujo con una flecha que les permita controlar que repartieron todos los alfajores sin repetir ninguno. La imagen que acompaña al enunciado puede resultar un punto de apoyo para la resolución.

1. Manuel quiere poner los 12 alfajores de esta fuente en 3 platos, de manera que en cada uno haya la misma cantidad. ¿Cuántos alfajores tiene que poner en cada plato?

También podrán apoyarse en restas a partir del 12, quitando sucesivamente los alfajores necesarios para colocar uno en cada uno de los 3 platos hasta que no quede ninguno en la bandeja (12-3=9, 9-3=6, 6-3=3 y 3-3=0). Es importante que las niñas y los niños puedan interpretar que: 12 es la cantidad de alfajores que tenía para repartir, cada 3 que se resta representa la cantidad de alfajores necesarios para colocar uno por plato en cada vuelta de reparto y la cantidad de veces que se resta 3 corresponde a la cantidad de alfajores que se colocaron en cada plato (4x1=4). Las y los estudiantes podrían expresarlo en estos términos: "Tenía 12 alfajores. Puse uno en cada plato, ya usé tres. Me quedan 9 para repartir. Tomo otros tres para colocar uno en cada plato, me quedan 6. Sigo repartiendo, usé 3 más. Me quedan 3, pongo uno en cada plato. No queda ninguno." En síntesis, los 12 alfajores se reparten en 3 platos, colocando 4 en cada uno y no sobra ninguno.

En un espacio de trabajo colectivo alguna alumna o algún alumno podría plantear que como ya sabía que iba a entrar más de un alfajor en cada plato, en lugar de repartir de a uno (3 en total), tomó 2 (6 en total). Luego de la primera vuelta de reparto quedan 6 alfajores para repartir (12-6=6). Se puede reiterar el procedimiento y finaliza el reparto en solo dos vueltas (6-6=0). En este caso, como en cada vuelta se repartieron 2 alfajores, se colocaron 4 alfajores en cada plato (2x2=4). En caso de que ninguna niña o niño lo proponga, la o el docente podría invitarlos a buscar formas de acortar el reparto (¿se podrá repartir los alfajores de una manera más rápida?).

También podría ser interesante analizar que en este caso no podría restarse sucesivamente 4, dado que no se sabe de antemano que a cada plato corresponden 4 alfajores.

Algunas alumnas y algunos alumnos podrían abordar la resolución del problema a partir de multiplicaciones. Por ejemplo, “como ya sé que 3x4=12, se pueden colocar 4 alfajores en cada plato”, “busqué en la tabla pitagórica si había un 12 y vi que 3x4 es 12”. En tal caso, la o el docente podrá hacer notar que también 2x6 es 12, ¿por qué no eligieron esa multiplicación?

Ahora bien, en la tabla pitagórica pueden encontrar que 3x4=12 y 4x3=12. ¿Qué significa cada número en cada cálculo?

1 plato hay 4 1 plato hay 4 1 plato hay 4	}	En cada plato hay 4	1° vez: reparto 3 2° vez: reparto 3 3° vez: reparto 3 4° vez: reparto 3	}	Reparto 4 veces 3 alfajores

Ambos cálculos podrían utilizarse, pero nótese que 3x4=12 puede representar el resultado del reparto, sin embargo no se sabía de antemano que se iban a colocar 4 alfajores en cada plato. En ese caso, los cálculos podrían haber sido: ….x3=12 o 3x…=12 (“hay 3 platos para repartir 12 alfajores, tengo que averiguar qué número multiplicado por 3 da 12”). Volveremos sobre este asunto al abordar la tabla pitagórica para dividir.

Al igual que en el problema 1, los **problemas 2, 3 y 6** (págs. 18 y 19) involucran situaciones de **reparto equitativo** y admiten ser resueltos por los mismos procedimientos.

2. Tomás preparó 12 empanadas y las quiere guardar en 4 bolsitas poniendo la misma cantidad en cada una. ¿Cuántas empanadas tendría que poner en cada bolsita?

3. Si se reparten 18 galletitas entre 3 amigos en partes iguales y que no sobre ninguna, ¿cuántas le corresponden a cada uno?

6. Charo quiere compartir los 24 bombones de la caja con sus 2 hermanos de manera que los tres reciban la misma cantidad y que no sobre ninguno. ¿Cuántos bombones recibirá cada uno?

Es decir, se conoce la cantidad a repartir (12 alfajores, 12 empanadas, 18 galletitas y 24 bombones) y la cantidad de partes en que tiene que repartirse equitativamente (3 platos, 4 bolsitas, 3 amigos y 3 hermanos). Se trata de averiguar cuántos alfajores, empanadas, galletitas o bombones corresponden a cada plato, bolsita, amigo o hermano. Al contar con esta información es posible repartir uno a uno los elementos de la colección inicial porque se conoce la cantidad de partes en las que hay que repartirlos. Esto no es posible en los **problemas 4 y 5** (págs. 18 y 19).

El problema 4 propone distribuir 12 macetas colocando 4 en cada ventana.

4. Alma tiene 12 macetas y quiere colocar 4 en cada ventana. ¿Para cuántas ventanas le alcanzan?

A diferencia de los problemas anteriores se conoce la cantidad a repartir (12 macetas) y cuántas macetas se colocarán en cada ventana (4 macetas), pero se desconoce para cuántas ventanas alcanzan. En este sentido, no es posible iniciar el reparto de las macetas una a una, tal como pudieron hacer en los problemas anteriores, dado que no se sabe entre cuántas ventanas se van a repartir. Es decir que la resta que puede realizarse aquí sería:

$$12-4=8,\ 8-4=4,\ 4-4=0$$

La resta sucesiva de 4 corresponde a las macetas que se colocan en cada ventana, y puede restarse 3 veces porque alcanza para 3 ventanas.

Puede notarse también que los dos datos que ofrece el problema corresponden a macetas, en cambio en los problemas anteriores uno de los datos correspondía a lo que había que repartir y el otro dato a las partes en las que hay que repartir (alfajores/platos, empanadas/bolsitas, galletitas/amigos, bombones/hermanos). Por estas razones este tipo de problemas se distinguen de los anteriores y se denominan problemas de **partición**. El **problema 5** corresponde a este tipo:

5. Clarita tiene 15 ajíes. Si pone 3 en cada bolsita, ¿cuántas bolsitas puede armar?

Los **problemas 7 y 8** (pág. 19) presentan situaciones de reparto y partición en el contexto del dinero. La o el docente podrá ofrecer el uso de billetes para la resolución o para el control de lo realizado.

7. Nina tiene $150 y quiere comprar 3 chocolates iguales. ¿Hasta cuánto puede gastar en cada uno?

8. Luca tiene $250 y quiere gastar todo el dinero en sus alfajores preferidos que cuestan $50. ¿Cuántos puede comprar?

Para el problema 7, las niñas y los niños probablemente descompongan el billete de $100 en dos de $50, lo que podrá facilitar la identificación de la respuesta. Del mismo modo, en el problema 8, podrán reconocer que con $100 se pueden comprar 2 alfajores, es decir, que podrían llevar 5 alfajores (2+2+1=5).

Es probable que alguna alumna o algún alumno reconozca que 3x5=15 se vincula con 3x50=150 y 5x5=25 con 5x50=250. En caso de que este tipo de reflexiones surja en la clase, será interesante ofrecer un espacio para que las y los protagonistas compartan cómo lo pensaron. Incluso, en aulas plurigrado en las que trabajen este tipo de problemas estudiantes de tercero y de cuarto en forma conjunta, estos diálogos podrán resultar muy fecundos. Estas relaciones serán retomadas en el **problema 3** del apartado **Cálculos conocidos y cálculos nuevos** de este material (pág. 25).

3. Resolvé estas multiplicaciones mentalmente.

2 x 25 =	2 x 250 =	2 x 2.500 =
3 x 15 =	3 x 150 =	3 x 1.500 =
4 x 50 =	4 x 500 =	4 x 5.000 =

El trabajo que se propone en la sección final para pensar entre todas y todos (pág. 20) apunta a analizar los diversos procedimientos que podrían haber desplegado las alumnas y los alumnos. Además de los dibujos, restas sucesivas y multiplicaciones ya mencionadas, se incluye como posible la división: 12:4=3. ¿Qué significa cada número en este cálculo? Una tarea que podría realizarse luego de este análisis es volver a mirar los problemas 1 a 8 y agregar la división que permite resolver cada problema.

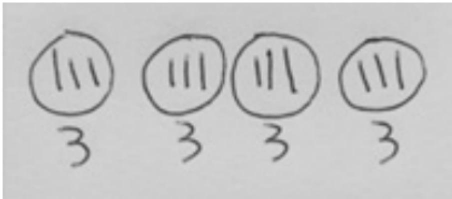
En este caso el análisis se realiza en torno a un problema de reparto. Será interesante analizar los diversos procedimientos y cálculos que utilizaron al resolver problemas de partición.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

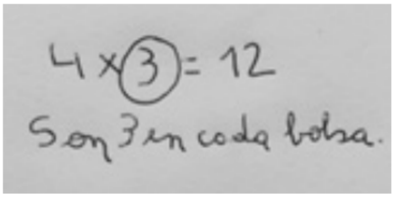
• ¿Cómo hicieron para resolver los problemas anteriores?

• Si no usaron cálculos, ¿cuáles podrían usarse? Anoten los cálculos que van haciendo. Pueden usar una calculadora.

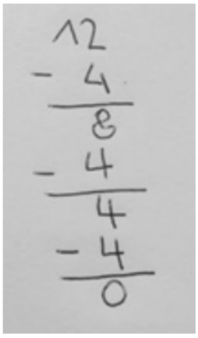
• Así resolvieron el problema 2 estas chicas y estos chicos. ¿Alguna de estas formas se parece a la manera que ustedes usaron para resolverlo?



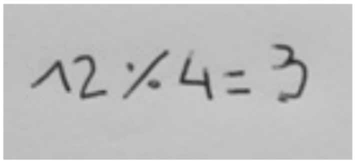
Marga



Amelia



Joaquín



Nacho

- **¿Alcanza justo o falta?**

Los problemas que se proponen aquí apuntan a analizar un nuevo aspecto de los problemas que involucran la división: analizar cuántas partes son necesarias para completar el reparto, incluso cuando alguna de las partes no quede completa al máximo de su capacidad. Se trata de problemas en los que, como el cociente no resulta suficiente para definir la respuesta, es necesario considerar el resto.

En este caso, incluimos dos problemas de partición. Se podrán agregar nuevas situaciones para realizar un análisis semejante respecto de los problemas de reparto.

En el **problema 1** (pág. 20) hay que distribuir 17 pasajeros en taxis que trasladan 4 pasajeros por viaje. Se trata de determinar cuántos taxis se pueden completar, si esos taxis alcanzan para trasladar a todos los pasajeros o si hay que llamar a otro/s taxi/s.

1. Una combi con 17 pasajeros se rompió y decidieron llamar varios taxis para trasladarlos.

   a- Si en cada taxi entran 4 pasajeros, ¿cuántos taxis podrán completar?

   b- ¿Alcanzan esos taxis para trasladar a todos los pasajeros?

   c- Si no alcanzan, ¿cuántos taxis más tendrán que llamar?

Para responder el ítem **a-** las alumnas y los alumnos podrán dibujar los 17 pasajeros, agruparlos de a 4 y determinar que se completan 4 taxis. O bien, restar sucesivamente a la cantidad inicial los 4 pasajeros que entran en cada taxi: 17-4=13, 13-4=9, 9-4=5, 5-4=1. Como es posible restar hasta 4 veces 4, se necesitan 4 taxis. También podrán apelar a una multiplicación: “Si se llaman 4 taxis se puede trasladar a 16 pasajeros, porque 4x4=16”. En todos los casos queda 1 pasajero sin trasladar, lo que permite responder negativamente al ítem **b-** y determinar que será necesario llamar un taxi más para completar el ítem **c-**.

El **problema 2** (pág. 21) es semejante al primero:

2. En la rotisería recibieron 32 huevos.

   a- Si en cada caja entran 6 huevos, ¿cuántas cajas podrán completar?

   b- ¿Alcanzan esas cajas para envasar todos los huevos?

   c- Si no alcanzan, ¿cuántas cajas más necesitarán?

Si la o el docente lo considera pertinente podría dar lugar a un intercambio colectivo luego del primer problema para analizar las diferentes maneras que utilizaron para resolverlo. De este modo, al resolver el problema 2 las alumnas y los alumnos podrían optar por volver a usar los mismos procedimientos, o bien, apropiarse de los que usaron sus compañeras o compañeros. La sección final (pág. 18) apunta a explicitar esos distintos caminos de resolución haciendo foco en cómo se dan cuenta de cuántos taxis o cajas son necesarias en cada caso, es decir, cómo impacta el resto en la respuesta al problema.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- ¿Cómo hicieron para darse cuenta de cuántos taxis o cuántas cajas eran necesarios en cada caso?

- **Usar la tabla pitagórica para dividir**

Se propone volver a la tabla pitagórica, esta vez para identificar que también se puede utilizar para resolver divisiones.

El **problema 1** (pág. 21) involucra relaciones entre la multiplicación y la división. Se conoce uno de los factores y el producto, y hay que seleccionar el factor desconocido entre las opciones que se ofrecen. El cálculo para **a-** podría escribirse de este modo: 4 x .....=24, o bien, 24:4=.....

1. Identificá el número que se multiplicó en cada caso.

a- ¿Cuál de estos números multiplicado por 4 da 24?	6	5	4
b- ¿Cuál de estos números multiplicado por 5 da 40?	8	9	6
c- ¿Cuál de estos números multiplicado por 6 da 54?	7	6	9

La tabla pitagórica podrá resultar un punto de apoyo dado que se trata de localizar el 24 en la columna o fila del 4 e identificar la fila o columna con la que se cruza, en este caso con la del 6 (por ejemplo, 4x6=24). El hecho de contar con tres factores posibles acota la búsqueda facilitando de este modo la resolución del problema, ya que podrían solo recorrer las columnas o filas del 6, 5 y 4 hasta encontrar el 24. A su vez, podrían descartar la columna o fila del 5 dado que el 24 no termina ni en 0 ni en 5.

Estas relaciones podrán reinvertirse para resolver las divisiones del **problema 2** (pág. 21). Para **a-**, por ejemplo, habrá que encontrar qué número multiplicado por 5 da 45 como resultado.

2. Resolvé estas divisiones.

a- 45 : 5 =	**d-** 36 : 6 =	**g-** 25 : 5 =
b- 18 : 3 =	**e-** 48 : 8 =	**h-** 81 : 9 =
c- 63 : 9 =	**f-** 21 : 3 =	**i-** 72 : 8 =

Todas las divisiones que se incluyen aquí tienen resto 0. En caso de trabajar estos problemas en un aula plurigrado, será interesante proponer a las y los estudiantes de segundo ciclo algunas divisiones que tengan resto distinto de 0. Por ejemplo, 47:5. ¿Cómo se podrá usar la tabla pitagórica para obtener el cociente y el resto de esta división? Esta reflexión se introduce en la sección final para discutir entre todas y todos (pág. 22). A su vez, en este espacio colectivo se propone explicitar cómo usaron (o podrían haber usado) la tabla pitagórica para resolver divisiones y avanzar en la identificación de las multiplicaciones y divisiones que comienzan a formar parte de su repertorio en memoria. Será interesante ir registrando estos nuevos conocimientos en carteles para el aula y en cuadernos o carpetas.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- ¿Cómo usaron la tabla pitagórica para resolver estos cálculos?
- ¿En qué cálculos no necesitaron usarla?
- ¿Cómo podrían usarla para resolver los siguientes cálculos?

a- 13 : 6 = **b-** 26 : 4 = **c-** 33 : 5 =

El apartado que desarrollamos a continuación presenta un nuevo desafío: la resolución de problemas que involucran varios cálculos.

- **Problemas en lo que hay que hacer varios cálculos**

Este apartado incluye problemas que implican resolver varios cálculos. El nuevo desafío consiste en organizar los datos e identificar los cálculos necesarios para resolver el problema en forma completa.

El **problema 1** (pág. 22) implica averiguar, por un lado, cuánto gastó Dana en las 3 plantas que cuestan $300 cada una (300+300+300, 3x300 o 300x3) y, por otro, cuánto gastó en las dos plantas que cuestan $500 cada una (500+500, 2x500 o 500x2). Finalmente, sumar ambas cantidades para calcular el gasto total (900+1.000=1.900).

1. Dana compró 3 plantas que cuestan $300 cada una y otras 2 que cuestan $500. ¿Cuánto gastó en total?

$300

$500

El **problema 2** (pág. 22) implica averiguar, por un lado, cuánto gastó la abuela Titi en la compra total de helados: 2 Max (300+300, 2x300 o 300x2), 1 Cremi (400) y 3 Pinito (200+200+200, 3x200 o 200x3). Es decir: 600+400+600= 1.600. Por otro lado, calcular cuánto recibió de vuelto si pagó con $2.000. Esto podría hacerse a partir de una resta (2.000-1.600=400) o de calcular cuánto le falta a 1.600 para llegar a 2.000 sobrecontando (1.700, 1.800, 1.900, 2.000) o a partir de una suma (1.600+400=2.000).

2. La abuela Titi compró helados para sus nietos. Llevó 2 Max, 1 Cremi y 3 Pinito.

a- ¿Cuánto gastó en total?

b- Si pagó con $2.000. ¿Cuánto le dieron de vuelto?

Una cuestión que podrá discutirse a partir de estos problemas se vincula con la posibilidad de resolver los cálculos en distinto orden y obtener el mismo resultado. Por ejemplo, en el problema 2, podría calcularse en primer lugar cuánto se gastó en los helados Pinito, luego en los helados Max y finalmente en el helado Cremi, o bien, resolverlos en otro orden. En todos los casos, al sumar los tres resultados parciales siempre se obtiene $1.600.

A su vez, será interesante analizar entre todas y todos algunos de los errores que suelen presentarse al resolver este tipo de problemas. Por ejemplo, en el problema 2, las niñas y los niños podrían sumar tres veces el precio del helado Max y dos veces el del helado Pinito. En este caso, la discusión colectiva podría centrarse en analizar el significado de cada cálculo en el contexto del problema.

Otro error podría deberse a la omisión o reiteración de alguna de las cantidades o cálculos involucrados. Aquí el debate podría orientarse a advertir la necesidad de controlar lo que van realizando, por ejemplo: dibujar o hacer marcas que representen cada planta o cada helado como medio para verificar que han considerado todo lo comprado, chequear qué han averiguado a partir de cada cálculo y qué queda pendiente, y, finalmente, asegurarse de haber respondido a las preguntas planteadas por el problema en forma completa.

Estos sucesivos controles implican un ida y vuelta entre el enunciado y los procedimientos, a medida que los van desplegando y al finalizar la resolución. Es decir, una relectura total o parcial del enunciado que acompaña el proceso de resolución y una lectura completa del problema una vez que han finalizado, para controlar que efectivamente se han tenido en cuenta todos los datos y pasos del problema hasta resolverlo en forma completa. En caso de que algunas o algunos estudiantes encuentren dificultades para realizar estas lecturas de manera autónoma, como venimos proponiendo, sus pares o docentes podrán prestar su voz para avanzar en la tarea.

Estas distintas estrategias podrían constituir un tema interesante de debate en un espacio de trabajo colectivo, del que resulte un registro de consejos a tener en cuenta al resolver este tipo de problemas. Esa es una de las propuestas de la sección final (pág. 23).

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- ¿Cómo hicieron para resolver los problemas anteriores en los que hay varios cálculos?
- ¿Los hicieron en el mismo orden? ¿Es posible llegar al mismo resultado haciendo los cálculos en distinto orden?
- Anoten algunos consejos para tener en cuenta cuando vuelvan a resolver problemas en los que hay que hacer varios cálculos.

Por último, nos referiremos a un conjunto de apartados que involucran cálculos mentales exactos y estimativos de multiplicaciones y divisiones.

Cálculo mental exacto y estimativo

- **Multiplicar por 10, por 100 y por 1.000**

Este grupo de problemas retoma el trabajo realizado a propósito de las tablas del 10 y del 100 (pág. 9) y lo extiende a las multiplicaciones por 1.000. Estas multiplicaciones ocupan un lugar privilegiado dentro del repertorio multiplicativo, ya que se constituyen en potentes herramientas para anticipar y controlar resultados. Será pues importante elaborar carteles para el aula en los que se registren ejemplos de estos cálculos.

Los **problemas 1 y 2** (págs. 23 y 24) apuntan a vincular sumas reiteradas y multiplicaciones, esta vez en el contexto del dinero. Las imágenes de monedas y billetes podrán resultar punto de apoyo para esta tarea.

1. Escribí una suma y una multiplicación que permitan averiguar la cantidad de dinero que hay en cada caso.

Cantidad de dinero	Sumas	Multiplicaciones
		
		
		
		
		

En el **problema 2** se propone explorar multiplicaciones por nuevos múltiplos de 10 y 100, en este caso, 20 y 200.

2. Abril tiene este dinero en su billetera. Escribí sumas y multiplicaciones que permitan calcular cuánto dinero hay en cada caso.

Cantidad de dinero	Sumas	Multiplicaciones
		
		
		

La sección final retoma el **problema 3** (pág. 24):

3. Resolvé estas multiplicaciones mentalmente.

a- 5 x 10 =	**d-** 5 x 100 =	**g-** 5 x 1.000 =
b- 8 x 10 =	**e-** 8 x 100 =	**h-** 8 x 1.000 =
c- 12 x 10 =	**f-**12 x 100 =	**i-** 12 x 1.000 =

Se propone construir, entre todas y todos, una explicación acerca de cómo hacer para multiplicar por 10, por 100 y 1.000. Será importante continuar guardando registro de las conclusiones a las que arriban de modo que queden disponibles para su consulta en carteles para el aula y en cuadernos o carpetas.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- Vuelvan a mirar el problema 3. ¿Cómo le explicarían a una compañera o un compañero cómo hacer para multiplicar por 10, por 100 y por 1.000?

- **Cálculos conocidos y cálculos nuevos**

Uno de los aspectos centrales del trabajo en torno al cálculo mental consiste en reconocer que algunos cálculos conocidos pueden resultar puntos de apoyo para resolver cálculos desconocidos. Este tipo de tarea no es novedosa, dado que han tenido numerosas oportunidades de usar sumas o restas conocidas para resolver otras nuevas. Por ejemplo, entre otras posibles, 2+2=4 sirve para calcular 20+20=40, 200+200=400 y 2.000+2.000=4.000. Cada uno de los problemas de este apartado apunta a establecer relaciones entre cálculos, esta vez entre multiplicaciones y divisiones.

El **problema 1** (pág. 25) presenta una primera columna en la que se multiplica el mismo número por 10, 100 y 1.000. Para ello pueden reinvertir el trabajo que vienen realizando sobre estas multiplicaciones. La segunda y la tercera columna proponen multiplicar el mismo número por otros múltiplos de 10, 100 y de 1.000, en este caso 20, 200 y 2.000 y 40, 400 y 4.000. El hecho de que los productos de la tercera columna sean el doble de los de la segunda, y los de la segunda sean el doble de los de la primera, puede colaborar en el control de los resultados que obtienen. A su vez, podrán usar la calculadora para revisar lo realizado.

1. Resolvé los siguientes cálculos.

5 x 10 =	5 x 20 =	5 x 40 =
5 x 100 =	5 x 200 =	5 x 400 =
5 x 1.000 =	5 x 2.000 =	5 x 4.000 =

El **problema 2** (pág. 25) introduce el trabajo con divisiones por 10, 100 y 1.000, que se vincula al realizado anteriormente en torno a las multiplicaciones. En la primera fila de cálculos, por ejemplo, se trata de encontrar un número que multiplicado por 10, 100 o 1.000 dé 5.000.

2. Resolvé los siguientes cálculos.

5.000 : 10 =	5.000 : 100 =	5.000 : 1.000 =
50 : 10 =	500 : 10 =	500 : 100 =

Hemos hecho referencia al **problema 3** (pág. 25) a propósito de los problemas 7 y 8 de la pág. 17. Se podrá retomar aquel trabajo en el contexto del dinero para pensarlo ahora de manera descontextualizada, ampliando a cálculos que involucran factores mayores que 1.000.

3. Resolvé estas multiplicaciones mentalmente.

2 x 25 =	2 x 250 =	2 x 2.500 =
3 x 15 =	3 x 150 =	3 x 1.500 =
4 x 50 =	4 x 500 =	4 x 5.000 =

El **problema 4** (pág. 26) propone nuevas divisiones en tres columnas vinculadas entre sí. Será interesante analizar con las niñas y niños, por ejemplo, cómo ayuda 10:5 para resolver 100:5 y 1.000:5.

4. Resolvé estas divisiones mentalmente.

10 : 5 =	100 : 5 =	1.000 : 5 =
20 : 4 =	200 : 4 =	2.000 : 4 =

El **problema 5** (pág. 26) presenta una nueva colección de divisiones. Nuevamente, será interesante identificar qué cálculo resolvieron primero y cómo les sirvió de ayuda para resolver los otros cálculos que integran la misma fila. A su vez, podrán mencionar otros cálculos a los que apelaron para resolverlos, por ejemplo, 4:2=2 para resolver 40:2=20.

5. Resolvé estas divisiones mentalmente.

30 : 3 =	33 : 3 =	330 : 3 =	3.300 : 3 =
40 : 2 =	44 : 2 =	444 : 2 =	4.444 : 2 =

La sección final (pág. 26) propone un retorno a los cálculos resueltos para explicitar cómo usaron algunos para resolver otros. El registro de esta información podrá resultar de mucha utilidad para resolver nuevos problemas.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- Expliquen cómo usaron los resultados de algunos cálculos para resolver otros. Pueden usar ejemplos.

- **Cálculo aproximado**

En este apartado se presentan algunos problemas que introducen el trabajo en torno a cálculos aproximados. Seguramente las niñas y los niños hayan tenido escasas oportunidades de resolver este tipo de problemas en años anteriores, sin embargo lo hemos incluido dentro de los contenidos de la intensificación prevista para este año, por el rol central que ocupan en la anticipación y control de resultados obtenidos por medio de otras estrategias.

La novedad de estos problemas puede representar cierta complejidad para las y los estudiantes. Si las y los docentes identifican dificultades para iniciar la resolución de estas propuestas, podrán organizar parejas o grupos de modo de habilitar la búsqueda conjunta de posibles estrategias.

El **problema 1** (pág. 26) ofrece tres resultados para cada cálculo. Las alumnas y los alumnos deberán seleccionar el que consideren correcto sin hacer cuentas. Una estrategia posible consiste en redondear uno o ambos factores, en **a-** podrían considerar 20x5 para determinar que “19x5 debería dar un poco menos de 100”. A partir de allí será posible descartar 950 y 9.500 por estar muy alejados del resultado esperado. Al finalizar podrán controlar sus anticipaciones usando una calculadora.

1. Sin hacer las cuentas, decidí cuál creés que puede ser el resultado correcto para cada cálculo.

a- 19 x 5	950	95	9.500
b- 201 x 5	105	15	1.005

El **problema 2** (pág. 26) presenta un conjunto de preguntas que apuntan a determinar si los resultados de cada cálculo serán mayores o menores que un número dado. Por ejemplo, para **a-** podrán anticipar que si 30x3 es 90, el resultado de 35x3 será mayor a 90 y para **f-** si 500:5=100, entonces 515:5 debe ser mayor que 100. Al finalizar, podrán controlar sus anticipaciones usando una calculadora.

2. Intentá responder las siguientes preguntas sin hacer cada cuenta.

a- 35 x 3, ¿creés que da más o menos que 90?

b- 4 x 54, ¿creés que da más o menos que 200?

c- 2 x 110, ¿creés que da más o menos que 200?

d- 6 x 1.200, ¿creés que da más o menos que 6.000?

e- 88 : 8, ¿creés que da más o menos que 10?

La sección final (pág. 27) propone discutir entre todas y todos sobre la estrategia de redondeo utilizada por un niño y abre a compartir las distintas maneras que usaron para resolver los problemas propuestos.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

Joaquín dice que para resolver estos cálculos redondeó algunos números, por ejemplo, en vez de 19 x 5 pensó en 20 x 5 = 100 y se dio cuenta de que el resultado tenía que estar cerca de 100.

- ¿Qué opinan de esta manera de resolver? ¿También la usaron?
- ¿Qué otras maneras encontraron para resolver estos problemas?

Para finalizar, se propone una instancia colectiva de revisión de lo trabajado a lo largo de un conjunto de clases. Se podrán revisar los cuadernos o carpetas, agregar cálculos donde antes usaban marcas o dibujos, realizar multiplicaciones y divisiones donde antes usaban sumas y restas, revisar errores, completar problemas que dejaron sin resolver. Es decir, volver a revisar lo realizado para completar y reconocer avances. Se propone explícitamente identificar aquello que se ha aprendido como así también las dudas que quedan aún por resolver.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

En estas semanas:

- Resolvieron problemas con cantidades que se repiten, con filas y columnas, con combinaciones; problemas en los que hay que repartir y partir y en los que hay que hacer varios cálculos. Usaron dibujos, rayitas, tablas, listas, números, cálculos y calculadora.

- Resolvieron cálculos mentales y aproximados con multiplicaciones y divisiones. Y usaron cálculos conocidos para resolver otros cálculos.

- Analizaron relaciones entre productos de la tabla pitagórica y la usaron para resolver multiplicaciones, divisiones y problemas.

  - Anoten algunas ideas sobre lo que aprendieron para cuando resuelvan nuevos problemas que se pueden resolver con multiplicaciones y divisiones.

  - También pueden anotar sus dudas o lo que no les sale todavía para preguntar y para saber que es algo sobre lo que precisan seguir trabajando.

Tal como anunciamos, compartimos a continuación una serie de materiales que podrán consultar para enriquecer las propuestas de trabajo que definan para sus alumnas y alumnos.

Materiales de consulta producidos en 2020 y 2021[9]

Videos

- **Fracciones en 2° ciclo. Aportes para su enseñanza.** Conversatorio con Claudia Broitman.

- **La articulación de los contenidos matemáticos en el currículum prioritario.** Conversatorio con integrantes del Equipo Curricular de Matemática de la Provincia de Buenos Aires.
- **La reflexión sobre los contenidos y la revisión de las prácticas.** Conversatorio con Claudia Broitman y Mirta Torres.
- **Orientaciones que acompañan y complementan la enseñanza de la Matemática. Cálculo mental en la escuela primaria – Parte I.** Claudia Broitman.
- **Orientaciones que acompañan y complementan la enseñanza de la Matemática. Cálculo mental en la escuela primaria – Parte II.** Mónica Escobar.
- **Orientaciones que acompañan y complementan la enseñanza de la Matemática. Cálculo mental en la escuela primaria – Parte III.** Mónica Escobar.
- **Orientaciones que acompañan y complementan la enseñanza de la Matemática. Cálculo mental en la escuela primaria – Parte IV.** Carolina Serpentini.
- **Reflexiones sobre la producción escolar en Matemática.** Intercambio de experiencias sobre el rol docente en la resolución de situaciones problemáticas de niñas y niños. Moderado por Claudia Broitman.
- Análisis de producciones de niñas y niños. Intercambio de experiencias con inspectoras, directivos y docentes de escuelas primarias urbanas y rurales. Moderado por Mónica Escobar.

Parte I

Parte II

Textos

- **Contenidos Prioritarios 2020/2021** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 1° año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**

- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 2º y 3º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 4º y 5º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 6º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Programa +ATR año 2021** - En el siguiente **enlace** podrán descargar las propuestas didácticas de matemática elaboradas para el Programa +ATR
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Primera entrega.** Comunicación 20/21 (enviada a territorio el 5/5).
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Segunda entrega.** Comunicación 39/21 (enviada a territorio el 21/6).
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Tercera entrega.** Comunicación 54/21 (enviada a territorio el 9/8).
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Cuarta entrega.** Comunicación 92/21 (enviada a territorio el 17/11).

Contenidos digitales interactivos

- **Números hasta 100 - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Cada carta en su lugar - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Contar, comparar y escribir - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Sobres de figuritas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Ubicar y adivinar números - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Lotería virtual - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Billetes y monedas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **De 10 en 10 hasta 1000 - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Intrusos y acertijos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Completar los productos- Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **La tabla incompleta - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Productos intrusos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Elegir cálculos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**

- **Encontrar los productos - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Adivinar el producto - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Productos en filas y columnas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Columnas de las tablas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**
- **Filas de las tablas - Continuemos estudiando (abc.gob.ar)**

Serie de podcasts - Apuntes de Primaria

Episodio 1 - Algunas reflexiones sobre el sentido de Estudiar Matemática. ¿Qué prácticas involucran procesos de estudio? ¿Cómo se estudia Matemática? ¿Cómo enseñar a estudiarla? **Enlace Episodio 1**

Episodio 2 - La organización de momentos de estudio al iniciar un tema nuevo. ¿Qué lugar ocupa en dicho proceso la resolución autónoma de situaciones problemáticas por parte de las y los alumnos de una clase? **Enlace Episodio 2**

Episodio 3 - La organización del espacio colectivo de estudio. ¿Cómo instalar un espacio de intercambio y de análisis explícito de procedimientos y resultados dirigido a nuevos aprendizajes? **Enlace Episodio 3**

Episodio 4 - La gestión de la clase en torno al estudio. ¿Cómo intervenir para promover el abordaje colectivo de las producciones elaboradas por las y los alumnos y para generar avances? **Enlace Episodio 4**

Episodio 5 - La sistematización de nuevas relaciones matemáticas. ¿Cómo generar condiciones para explicitar y organizar las ideas producidas en las clases de matemáticas? ¿Cuál es el rol de la escritura en esos procesos? **Enlace Episodio 5**

Episodio 6 - Aprender a reutilizar los escritos de sistematización. ¿Cuáles son algunos usos de los escritos colectivos? ¿Cómo promover que las reflexiones sean retomadas y hagan avanzar los conocimientos de las chicas y chicos? **Enlace Episodio 6**

[1] A lo largo del documento iremos explicitando las fuentes de las que hemos ido tomando los problemas de modo que puedan consultar esos materiales directamente para ampliar la propuesta de trabajo que cada docente defina para su grupo. A su vez, iremos mencionando otros materiales que podrían enriquecerlas. Al final del documento encontrarán un apartado en el que listamos estos diversos recursos.

[2] Nos referimos al "Material para estudiantes de tercero. Multiplicación y división" disponible para descargar al final de esta propuesta.

[3] Reiteramos que al final del documento encontrarán un listado de diferentes materiales que podrían consultar para enriquecer las propuestas de enseñanza.

[4] Reiteramos la importancia de contar con carteles en el aula que presenten sumas de números iguales como puntos de apoyo para resolver estos problemas, en este caso: 4+4+4 y 10+10. Asimismo, podría recuperarse el trabajo en el contexto del dinero, por ejemplo al contar billetes o monedas de $10 en $10.

[5] Es interesante señalar que los problemas de organizaciones rectangulares y los de combinaciones involucran una relación ternaria, es decir que, a partir de dos magnitudes se averigua el valor de una tercera. Por ejemplo, a partir de conocer la cantidad de cuadraditos por fila y la cantidad de cuadraditos por columna puede calcularse la cantidad de cuadraditos de un rectángulo; o bien, a partir de la cantidad de bufandas y la cantidad de gorros puede calcularse la cantidad de conjuntos que resulta de combinarlos.

[6] En el material para estudiantes de sexto año, encontrarán tablas de proporcionalidad que involucran números fraccionarios, tanto como valores de las magnitudes en juego o como constantes de proporcionalidad. Lo señalamos para explicitar una vez más las líneas de continuidad y progresión que atraviesan y sostienen las propuestas de enseñanza de la matemática a lo largo de la escolaridad primaria.

[7] En el apartado de bibliografía encontrarán todos los CDI vinculados a estos contenidos.

[8] Podrán consultar o descargar la serie completa desde este **link**.

[9]Los materiales sobre la enseñanza elaborados durante 2020 y 2021 contienen sugerencias u orientaciones para el trabajo con las y los estudiantes en la no presencialidad. Sin embargo, más allá de algunas referencias específicas al contexto en el que fueron producidos (ASPO y DISPO), transmiten rasgos específicos acerca de la concepción de la enseñanza, del enfoque de la enseñanza de la matemática que sigue sosteniendo la Dirección Provincial de Educación Primaria. Las maestras y los maestros de cada escuela encontrarán en estos materiales aportes importantes para el desarrollo de la tarea que sostienen actualmente. Algunos aspectos que se desarrollan en ellos contribuyen a encontrar fundamentaciones, resultados de investigaciones didácticas, remisiones bibliográficas que los ayudarán, incluso, a comprender el sentido del modo en que proponemos la planificación de la enseñanza para el día a día de la escuela.

Imagen de portada: Flaticon

Primaria / **Matemática**, **Intensificación de la enseñanza** / **#Problemas matemáticos**, **#Tabla pitagórica**

Materiales complementarios

continuemos-estudiando-material-para-estudiantes-multiplicacion-y-division.pdf

DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

Sitio desarrollado y actualizado por la
Dirección de Tecnología Educativa dependiente de la
Subsecretaría de Educación
abc.gob.ar
Continuemos estudiando v2.1