Fracciones y decimales

Orientaciones docentes para la intensificación de la enseñanza de la Matemática en sexto año.

Creado: 31 agosto, 2022 | Actualizado: 14 de abril, 2023

Esta propuesta se enmarca en la intensificación de la enseñanza de la matemática que se viene impulsando desde la Dirección Provincial de Educación Primaria. La tarea consiste en retomar el trabajo en torno a los Contenidos Prioritarios definidos para el bienio 2020-2021, profundizar su estudio y avanzar incorporando aspectos más complejos. En este sentido, los criterios de continuidad y progresión siguen atravesando la enseñanza y sosteniendo los aprendizajes. Es por ello que reconocerán algunos problemas matemáticos que ya fueron presentados en los distintos materiales producidos en estos años desde el nivel[1] y, además, encontrarán otros que amplían y enriquecen la propuesta considerando el trabajo de intensificación planteado para este año.

En esta oportunidad, la propuesta aborda la enseñanza de las fracciones y los decimales (Ver Material para estudiantes, disponible para descargar)[2]. La relevancia de estos contenidos para el segundo ciclo y para la continuidad de las trayectorias escolares en el siguiente nivel, ha llevado a incluirlos dentro del Curriculum Prioritario 2020-2021 y a otorgarles un lugar central dentro de las propuestas de intensificación de la enseñanza en el transcurso del 2022.

Hemos seleccionado diversas situaciones que intentan abarcar distintos sentidos y tipos de problemas para cada contenido, variadas estrategias

Hemos seleccionado diversas situaciones que intentan abarcar distintos sentidos y tipos de problemas para cada contenido, variadas estrategias de cálculos, diferentes representaciones, etc. Es así que la gran cantidad de problemas que encontrarán en estas páginas, no pretende insistir sobre un mismo tipo de actividades, sino que busca ofrecer numerosas oportunidades de aproximarse desde distintas aristas a un mismo contenido, detenerse por un tiempo a resolver problemas, explorar formas de resolver, comparar diversos procedimientos, analizar errores, discutir ideas, tomar conciencia de lo que se va aprendiendo, registrar conclusiones. En otras palabras, estudiar matemática en el aula.

Al igual que venimos proponiendo en otros materiales, incluimos numerosas instancias de reflexión sobre lo realizado. Estas situaciones plantean un retorno sobre los problemas matemáticos y sobre los diversos procedimientos desplegados para resolverlos, entendiendo que detenerse y volver atrás es fundamental para avanzar, porque los conocimientos movilizados durante la resolución suelen funcionar de manera implícita y podrían permanecer en ese estado de no mediar situaciones que requieran su explicitación. Esa es precisamente la intención de las propuestas que se presentan al final de un conjunto de problemas o luego de un conjunto de clases: analizar, explicitar, identificar lo realizado y aprendido, así como lo que queda por aprender. Por ejemplo, en el material para sexto año se pueden encontrar las siguientes: la primera propone el análisis de lo realizado a propósito de un conjunto de problemas y la segunda tiene un alcance más amplio, ya que apunta a reflexionar sobre lo que se fue aprendiendo a partir de un conjunto de clases.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- Vuelvan a mirar el problema 4. Comparen sus respuestas y expliquen cómo hicieron para completar la tabla.

- Vuelvan a mirar el problema 5.

  a- Expliquen cómo calcularon cuánta fruta fresca se necesita para hacer un kilo de helado de naranja.

  b- Expliquen cómo calcularon cuántos kilos de helado de limón se pueden hacer con $\frac{1}{4}$ kg de fruta fresca.

(Pág. 21)

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

En estas semanas:

> Resolvieron diversos problemas con fracciones en situaciones de reparto y en contexto de las medidas (peso, capacidad y superficie); problemas de fracciones de cantidades y con tablas proporcionales. Usaron dibujos, gráficos, marcas y cálculos conocidos.

> Exploraron y resolvieron problemas de fracciones decimales.

> Resolvieron problemas en los que leyeron, compararon y ordenaron decimales; y problemas en el contexto del dinero y las medidas.

> Resolvieron cálculos mentales con fracciones y decimales de suma, resta, multiplicación y división, usando relaciones entre las partes y el entero, de equivalencia y cálculos conocidos.

> Analizaron relaciones entre fracciones y decimales.

> Resolvieron problemas con fracciones en la recta y analizaron cómo encontrar fracciones entre otras fracciones.

• Revisen los problemas que resolvieron hasta ahora y anoten algunas ideas sobre lo que aprendieron para cuando resuelvan nuevos problemas con fracciones y decimales.

• También pueden anotar dudas o aspectos que todavía no entienden bien de las fracciones y decimales para preguntar y saber que es algo sobre lo que precisan seguir trabajando.

(Pág. 45)

La escritura de conclusiones está planteada en forma colectiva, sin embargo en otros momentos podría ser propuesta en parejas o pequeños grupos. Las situaciones en las que la escritura queda a cargo de la o el docente se convierten en una muy buena oportunidad para revisar las ideas iniciales que las alumnas y los alumnos van dictando, profundizar el análisis de los procedimientos, analizar errores. Es importante que esos registros resulten claros para todas y todos y que

puedan reconocer allí aquello que circuló en la clase y puede ser reutilizado. Esas escrituras podrán ser retomadas y revisadas a medida que se transforman los conocimientos de las alumnas y alumnos.

En la misma línea que venimos planteando en materiales anteriores, se presentan distintos niveles de complejidad para un mismo tipo de problemas a partir de modificar ciertas variables didácticas que habilitan diferentes procedimientos de resolución, o bien, colaboran en la construcción de otros más avanzados.

Esta variedad de problemas se abre como un abanico de posibilidades. Incluso podrían proponerse al mismo tiempo, a distintas alumnas y alumnos, problemas sobre un mismo contenido pero que presentan diversos niveles de complejidad, para desafiar lo que cada estudiante sabe o los procedimientos en los que más confía, de modo que se aventure a probar aquello que aún es novedoso pero que pronto le resultará familiar.

En este sentido, es preciso que los materiales sean usados con la flexibilidad necesaria para acompañar a cada grupo y a cada estudiante. Esto podrá implicar que, en algunos casos, las y los docentes de sexto apelen a materiales o propuestas elaboradas para quinto[4]. Como venimos señalando en este tiempo, es necesario (siempre lo fue, pero ahora se hace indispensable) contemplar la heterogeneidad de conocimientos presente en las aulas y planificar la enseñanza respondiendo a ella. Esto sin renunciar a un trabajo común en el que todas las alumnas y los alumnos puedan compartir sus ideas y ponerlas en diálogo con las de sus compañeras y compañeros. Para ello será preciso que las tareas propuestas a cada estudiante, pareja o grupo se vinculen al mismo contenido y presenten puntos de contacto sobre los que tenga sentido discutir entre todas y todos. En otras palabras, una propuesta común que aloje la diversidad.

La variedad de modalidades de organización también representa un

recurso potente para dar lugar a las diversas voces y conocimientos de las y los estudiantes. Es así que en esta propuesta podrán encontrar actividades planteadas para hacer individualmente, en pequeños grupos o entre todas y todos. Hemos usado el singular y el plural en cada consigna de modo de dejar rastros de estas diferentes posibilidades.

Reconocemos en las distintas maneras de organizar la clase y los intercambios entre estudiantes una riqueza singular. En ocasiones, es importante reservar un primer acercamiento individual para que cada alumna o alumno tenga un espacio propio para analizar el problema matemático propuesto, movilizar los conocimientos que considere pertinentes y ensayar un primer camino de resolución. En otras, el trabajo individual se plantea al final de un conjunto de clases con la intención de favorecer una mayor autonomía para usar lo que se aprendió luego de un tiempo de estudio. Asimismo, es importante ofrecer momentos de trabajo con otras y otros dada la potencialidad de las interacciones entre pares para la construcción y el avance de los conocimientos, más aún luego de estos años en los que se vieron dificultadas o reducidas por el contexto tan particular que atravesamos.

Los espacios de intercambio colectivo apuntan, entre otros propósitos, a analizar y difundir las diversas estrategias que las y los estudiantes ponen en acción al resolver problemas y cálculos. Es importante recordar que no se trata de exponer la totalidad de sus producciones, sino que la o el docente podrá seleccionar aquellas que le permitan abordar los aspectos que pretende discutir en esa clase, por ejemplo: comparar diversas estrategias correctas identificando semejanzas y diferencias, reconocer expresiones equivalentes, revisar errores para tener en cuenta al resolver nuevos problemas, entre otros posibles.

Este material busca seguir acompañando a las y los docentes en la tarea desafiante de planificar situaciones de enseñanza que consideren

la heterogeneidad de conocimientos de alumnas y alumnos y los hagan avanzar.

A continuación, analizaremos con mayor detalle el material para estudiantes.

Sobre el contenido y la organización del documento

La propuesta aborda la enseñanza de las fracciones y los decimales. Detallamos a continuación los contenidos que se incluyen[5]:

- Resolver problemas que involucren diferentes sentidos de las fracciones (por ejemplo, situaciones de uso social en el contexto de pesos, longitudes y capacidades, relaciones entre las partes y el todo, problemas de reparto y su relación con la división, etc.).
- Resolver problemas que exijan componer y descomponer decimales teniendo en cuenta el valor posicional.
- Establecer relaciones entre escrituras fraccionarias y decimales.
- Resolver cálculos mentales que involucren fracciones y decimales.

La propuesta que presentamos retoma aspectos del trabajo con las fracciones y los decimales propios de su abordaje en cuarto y quinto año, pero que consideramos necesario reponer para avanzar hacia otros aspectos más complejos de estos contenidos. Cada docente podrá reconocer que para algunas alumnas y algunos alumnos no será necesario detenerse por mucho tiempo en esas propuestas menos complejas dado que las resuelven sin dificultad. Sin embargo, es posible que para otras y otros estudiantes sea preciso destinar un poco más de tiempo a estudiar aquello con lo que no han tenido oportunidades suficientes de interactuar en años anteriores.

Es importante tener en cuenta que el estudio de las fracciones y los decimales implica ciertas rupturas respecto de las ideas que las chicas y los chicos han elaborado sobre los números naturales. Será preciso entonces destinar espacios y tiempos que habiliten la identificación de estos desajustes y la producción de nuevos conocimientos que permitan ingresar al mundo de los números racionales, con nuevas reglas de uso y funcionamiento. Mencionamos a continuación algunas de las rupturas que es necesario considerar desde las propuestas de enseñanza, teniendo en claro que no se trata de evitarlas o minimizarlas, sino de otorgarles un lugar en la clase para que puedan revisar o transformar sus ideas para construir otras nuevas.

- El modo de representación de estos números implica un cambio fundamental respecto de la escritura de los números naturales. Las niñas y los niños suelen pensar las fracciones como dos números y les resulta compleja su interpretación como números en sí mismos.
- Considerar la cantidad de cifras de los números como criterio para reconocer cuál es mayor o menor es válido para los números naturales, pero no lo es para los números racionales. Por ejemplo, 0,7 es mayor que 0,6999.
- La idea acerca de que “una multiplicación entre dos números dará como resultado un número más grande que ambos” es válida en el campo de los números naturales (excepto para las multiplicaciones por 0 y por 1), sin embargo, no lo es para todas las multiplicaciones que involucran números racionales (por ejemplo, cuando se multiplica un número por fracciones o decimales menores que 1, el resultado es menor que dicho número: 3 x 0,5 = 1,5).
- La premisa “entre dos números consecutivos no hay otro número posible” funciona para los números naturales, sin embargo los números racionales no tienen anterior ni siguiente ya que entre dos números racionales siempre habrá infinitos números (por

ejemplo: entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$ se encuentran, entre muchos otros, los números $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{10}$; entre 0,5 y 0,6 se encuentran 0,55; 0,59;etc.).
- Los números racionales pueden ser escritos de diferentes maneras. Ello implica comprender que $\frac{1}{2}$ puede ser escrito como 0,5; 0,50; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{45}{90}$, entre otras posibles.

En el material para estudiantes se encuentran los siguientes apartados:

- **Problemas para repartir**
    - Explorar problemas de reparto
    - Resolver problemas de reparto
    - Los repartos y los elementos de la división
- **Partes de figuras**
    - Resolver problemas con fracciones
    - Otros problemas para pensar en partes de dibujos

- **Problemas con kilos y litros**
- **Problemas con fracciones de cantidades**
- **Usar fracciones en problemas con tablas**
- **Explorar decimales**
    - Decimales en el contexto del dinero
    - Leer y escribir decimales en el contexto del dinero
    - Comparar y ordenar decimales en el contexto de la medida
- **Pensar algunos cálculos con fracciones**
    - Cálculos mentales con fracciones
    - Comparar fracciones
    - Otros cálculos con fracciones
- **Fracciones y decimales**
    - Relaciones entre fracciones y decimales
    - Fracciones decimales
- **Otros problemas con decimales**
    - Componer y descomponer decimales

    - Cálculos mentales con decimales

- **Comparar y ordenar fracciones y decimales**
- **Fracciones y decimales en la recta numérica**
- **Números entre otros números**

A continuación presentaremos orientaciones didácticas para cada apartado.

- **Problemas para repartir**[6]

- Explorar problemas de reparto

El material para estudiantes propone iniciar el recorrido a partir de un conjunto de problemas de reparto, con la intención de recuperar los conocimientos que pudieran haber elaborado al resolver situaciones que involucran la división en años anteriores y avanzar, a partir de allí, en el estudio de las fracciones.

Un asunto a analizar, al resolver problemas de reparto equitativo, es si la cantidad a repartir "alcanza justo o sobra", para luego determinar si eso que sobra se puede seguir repartiendo o no. Esta discusión atraviesa los **problemas 1 y 2** (pág. 2) de este apartado:

1. Se reparten 15 chocolates iguales entre 2 amigos de manera que ambos reciban la misma cantidad y no sobre nada. ¿Cuánto le corresponde a cada amigo?

2. Miguel compró para su oficina 15 lapiceras y las va a repartir entre él y su compañera Malena de manera que ambos reciban la misma cantidad. ¿Cuántas lapiceras recibirá cada uno?

Y se recupera en la sección final (pág. 2).

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- Vuelvan a mirar los problemas 1 y 2. En ambos problemas se reparten 15 entre 2 pero la respuesta no es la misma. Analicen las diferencias entre ambos problemas. Expliquen por escrito cómo se dan cuenta en cuál problema es posible repartir lo que sobra y en cuál no es posible.

Una vez que se decide si se puede seguir repartiendo lo que sobra, queda por definir cómo se realiza ese reparto. Es importante tener en cuenta que aquí se presenta un nuevo desafío: el resto siempre es menor que el divisor, por lo que se trata de repartir una cantidad que es menor a la cantidad de partes en las que hay que dividirla. En el problema 1, se trata de repartir el chocolate que sobra entre 2, y en el **problema 3** (pág. 2) de repartir un bizcochuelo entre 4.

Es posible que las chicas y los chicos recurran a dibujos o gráficos para resolver estos problemas, representando las cantidades a repartir y las personas entre las que se realizará el reparto. También es probable que se apoyen en algunas multiplicaciones conocidas para identificar, por ejemplo para el **problema 1**, la cantidad de chocolates enteros que recibirá cada uno y decidir luego qué hacer con el resto: “15 chocolates entre 2 son 7 para cada uno, porque 2x7 es 14 y el que sobra lo parto en 2 pedazos”.

Es importante tener en cuenta que algunas de las alumnas o algunos de los alumnos que usen representaciones gráficas para resolver los repartos probablemente no escriban fracciones para indicar la cantidad que recibe cada uno (“cada uno recibe 7 chocolates y un pedazo”, “cada uno recibe 7 chocolates y medio”). Parte del trabajo que se

propone en el siguiente apartado apunta a avanzar en esa dirección.

- Resolver problemas de reparto

Al igual que en el apartado anterior, los enunciados de los primeros problemas que se incluyen aquí no contienen escrituras fraccionarias. Se espera introducir su uso a partir de discutir distintas maneras de expresar los resultados de los repartos que van realizando.

Los **problemas 1** (pág. 3) y **4** (pág. 3) proponen repartos cuya solución es mayor a la unidad:

1. Se reparten 9 chocolates iguales entre 4 amigos para que todos reciban la misma cantidad y no sobre nada. ¿Cuánto recibe cada uno?

4. Se reparten 30 chocolates iguales entre 4 amigos. Todos van a recibir la misma cantidad y no quieren que sobre nada. ¿Cuánto le corresponde a cada amigo?

En cambio, en los **problemas 2** y **3** (pág. 3) la solución es menor a 1.

2. Cuatro chicos tienen tres alfajores iguales. Todos quieren recibir la misma cantidad y que no sobre nada. ¿Cuánto va a recibir cada uno?

3. Se reparten 5 budines iguales entre 8 personas en partes iguales y no sobra nada. ¿Cuánto recibe cada persona?

La o el docente podrá proponer espacios de trabajo colectivo que apunten a analizar las diversas maneras que usaron para resolver cada problema, deteniéndose especialmente en las formas de comunicar los resultados de los repartos. Esa es la intención de la sección final (pág. 5).

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

• Vuelvan a mirar el problema 4.

Un alumno resolvió ese problema y dice que cada amigo recibe siete chocolates enteros y la mitad de uno. Intenten escribir esa respuesta con números solamente.

Si la o el docente lo considera oportuno, se podrá vincular el problema 4 con el problema 1 del apartado anterior (pág. 1) en el que al repartir 15 chocolates entre 2 cada uno recibe también 7 $\frac{1}{2}$. ¿Qué relaciones pueden establecer entre ambos repartos, 15 entre 2 y 30 entre 4? ¿Qué representa 7 $\frac{1}{2}$ en cada caso? ¿Habrá otros repartos que también den como resultado 7 $\frac{1}{2}$?

En esta instancia, será interesante realizar una lectura colectiva del recuadro con información que se presenta en la pág. 3, poniéndola en diálogo con las respuestas que circularon al resolver los problemas anteriores. ¿De qué manera podrían revisarlas o escribirlas de otro modo a partir de esta información?

Los problemas siguientes avanzan en el uso y análisis de distintas expresiones fraccionarias, por ejemplo el **problema 5** (pág. 4) presenta opciones de escrituras diversas entre las que deberán seleccionar la o las correctas. Dado que la tarea implica un nuevo desafío, se propone la resolución en parejas.

5. **Para resolver en parejas.** Entre 4 amigas se repartieron 13 alfajores iguales. No sobró nada y todas comieron la misma cantidad. Decidan cuáles de estas expresiones representan la cantidad de alfajores que comió cada una.

$3+\frac{1}{4}$	$1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$1\ \frac{3}{4}$	$3+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

Será interesante generar un espacio de intercambio colectivo en el que las y los estudiantes puedan explicar qué tuvieron en cuenta para definir su elección.

Los **problemas 7** y **8** (pág. 4) apuntan a identificar fracciones equivalentes, a partir de la comparación de repartos y el análisis de relaciones entre las cantidades involucradas.

8. **Para resolver en parejas:** ¿En cuáles de los siguientes repartos cada estudiante recibe 1 chocolate y $\frac{1}{3}$? En cada caso se repartieron todos los chocolates en partes iguales y no sobró nada.

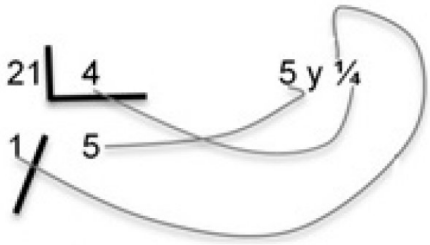
Chocolates	Estudiantes
8	6
12	9
4	3
20	15
3	4

- Los repartos y los elementos de la división

Este grupo de problemas apunta a identificar de qué modo la cuenta de dividir sirve de apoyo para resolver problemas de reparto equitativo en los que el resto también se reparte. Se espera que las alumnas y los alumnos comiencen a relacionar el resto de la división con el numerador y el divisor con el denominador de la fracción involucrada en el reparto. Es probable que estas relaciones hayan comenzado a circular al resolver los problemas anteriores, en ese caso, será una buena oportunidad para retomarlas y ponerlas a disposición de toda la clase. Los **problemas 1 y 2** (págs. 5) proponen el análisis y explicitación de dichas relaciones.

2. Florencia está resolviendo un problema en el que hay que repartir 21 alfajores entre 4 chicos. Ella hizo esta cuenta y lo explicó así:

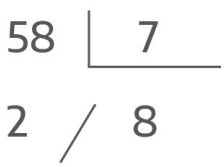
Le tocan 5 alfajores y ¼ a cada uno, porque sobra uno y se reparte en cuatro partes.



¿Estás de acuerdo con la explicación de Florencia?

Los **problemas 3 y 4** (pág. 6) avanzan en la misma dirección. Las preguntas que se formulan buscan que las alumnas y los alumnos no pierdan de vista el significado de cada elemento de la división y de la fracción que expresa el resultado del reparto.

3. **Para resolver en parejas:** Para hacer un reparto equitativo sin que sobre nada, una persona realizó la siguiente cuenta de dividir:



a- ¿Cuántas cosas se repartieron?

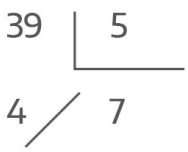
b- ¿Entre cuántas personas?

c- ¿Cuánto recibió cada una?

Este trabajo se retoma en la sección final (pág. 7).

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

- Inventen un problema de reparto equitativo donde no sobre nada que se pueda resolver con la siguiente división. Indiquen qué cantidad se reparte, entre cuántos y qué parte le corresponde a cada uno.

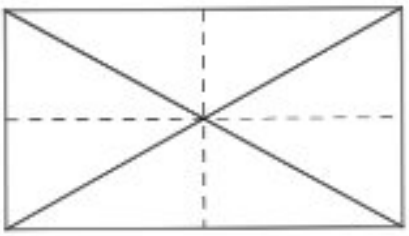


Al tratarse de una instancia colectiva, será una buena oportunidad para avanzar en la explicitación y registro de las ideas que circularon.

- **Partes de figuras**[7]
- Resolver problemas con fracciones

Los primeros problemas de este grupo ponen en juego el concepto de fracción como una parte de un entero mediante representaciones gráficas.

En **el primer problema** (pág. 7) se propone marcar $\frac{1}{4}$ de cada rectángulo considerado como unidad. En los dos casos presentados, se trata de la misma unidad pero las marcas realizadas habilitan diferentes discusiones. En una de las figuras no resulta evidente que cada uno de los triángulos representa $\frac{1}{4}$ del rectángulo porque tienen distinta forma. Será necesario instalar en la clase la posibilidad de realizar otras marcas en el dibujo que permitan identificar una partición en partes iguales del rectángulo original. Una opción posible es la siguiente:



A partir de esa nueva representación es posible identificar que el rectángulo quedó dividido en 8 triángulos iguales, por lo que 2 de ellos representan la cuarta parte del rectángulo entero, o que cada uno de los triángulos originales representa $\frac{1}{4}$ porque "contienen" dos de los triángulos más pequeños. Esta idea será retomada en los **problemas 2 a 4** (págs. 7-8).

El **problema 5** (pág. 8) propone discutir un error habitual: considerar que en todos los casos se marcó $\frac{1}{3}$ teniendo en cuenta que en cada una de las tres imágenes hay una parte de tres sombreada. Esta idea debe ser puesta en discusión en la clase de modo que las y los estudiantes puedan argumentar, por ejemplo, las partes "no ocupan el mismo lugar", "son de diferente tamaño", que "si bien hay tres partes unas son mayores que otras", u otras explicaciones similares.

Los **problemas 6 a 9** (págs. 8 y 9) retoman esta idea de diferentes maneras, ya sea proponiendo identificar qué fracción representa una región sombreada respecto de otra tomada como unidad o pidiendo que se marque una fracción determinada en una representación con o sin marcas. En todos los casos, las fracciones representadas pueden escribirse como fracciones con numerador 1.

En la sección final (pág. 9), ofrecemos dos propuestas para realizar entre todas y todos. Por ejemplo, el análisis de los **problemas 3 y 6** de este apartado invita a poner en tensión la idea de que "el numerador de la fracción representa las partes pintadas y el denominador, las partes

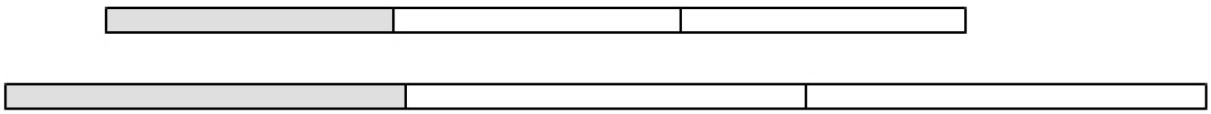
en las que fue dividido el entero” (idea que solo es pertinente para algunos casos). Las alumnas y los alumnos suelen construir esta idea cuando solo interactúan con situaciones problemáticas en las que esa relación se cumple y, a partir de esa idea, suponer que funciona en todos los casos. Asumirla como una regla general, aplicable a toda situación, puede llevarlos a producir errores que pueden anticiparse desde la enseñanza y evitarse al presentar diversas representaciones.

- Otros problemas para pensar en partes de dibujos

En este apartado, los problemas buscan ampliar y profundizar el estudio de las fracciones en el contexto de la medida, promoviendo el uso de fracciones de uso social como cuartos y medios, pero avanzando también en otras como octavos, tercios, sextos y quintos.

El **problema 2** (pág.10) propone discutir la idea de que la representación de una parte de un entero depende del entero que se tome como referencia. La intención es instalar la pregunta: “¿Será posible que ambas partes correspondan a un tercio si tienen diferentes formas y tamaños?”.

2. **Resuelvan en parejas:** ¿Será cierto que está pintado $\frac{1}{3}$ de cada tira? Expliquen su respuesta.



Este problema se propone para resolver en parejas con la intención de favorecer la explicitación de argumentos a favor o en contra de la pregunta que se formula.

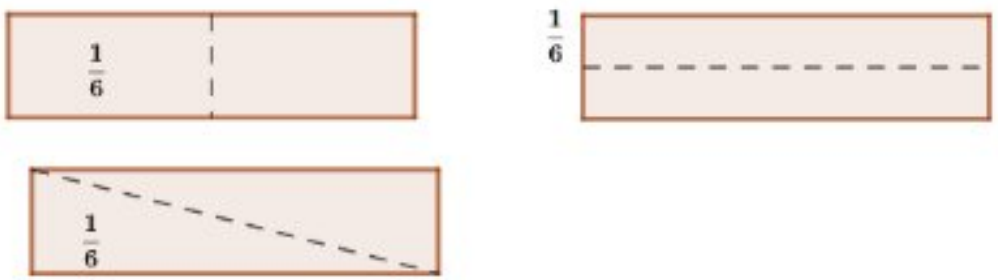
Del **problema 4** (pág.10) en adelante se demanda la construcción de una figura entera conociendo una parte de ella, a través de determinar “con cuántas de esas partes se podría armar el entero”.

El **problema 8** (pág.11), a diferencia de los anteriores, agrega la

complejidad de que el numerador de la fracción a partir de la cual hay que “armar” la figura entera, no es 1.

8. El siguiente dibujo representa $\frac{2}{6}$ de una figura. Dibujá una de las formas que puede tener la figura entera.

Las alumnas y los alumnos podrán dividir por la mitad el gráfico que representa $\frac{2}{6}$ para obtener $\frac{1}{6}$ y luego construir la figura entera. Será interesante que aparezcan en el aula diferentes representaciones asociadas a distintas formas de dividir el dibujo por la mitad. Por ejemplo:



Según qué parte se tome y dónde se ubiquen los otros sextos resultarán figuras de diferentes formas. También es posible que algunas alumnas y algunos alumnos identifiquen que, como el gráfico representa $\frac{2}{6}$ de la figura entera, se necesitan 3 partes de esas para alcanzar los $\frac{6}{6}$ que representan la figura completa. Por ejemplo:

Será interesante registrar algunas conclusiones que se apoyen en el trabajo realizado, por ejemplo:

-$\frac{1}{6}$ es la mitad de $\frac{2}{6}$.

-para “armar” la figura entera se necesitan 6 partes de $\frac{1}{6}$ o 3 partes de $\frac{2}{6}$.

-$\frac{6}{6}$ representan toda la figura.

Si las alumnas y los alumnos no usaran alguna de estas producciones, si la o el docente lo considera oportuno, podrá introducirlas para enriquecer el debate.

- **Problemas con kilos y litros**[8]

Los problemas que se incluyen en este apartado se vinculan con uno de los contextos de uso social en el que las fracciones circulan con mayor frecuencia: medidas de peso y capacidad. Se busca de este modo recuperar los diversos conocimientos que las niñas y los niños hayan tenido oportunidad de elaborar al interactuar con las expresiones fraccionarias que se presentan en envases de productos o en carteles de negocios, entre otras posibles experiencias.

Los **problemas 1 y 2** (págs. 12-13) proponen analizar cuántos vasos de $\frac{1}{2}$ litro se llenan con una botella de 2 $\frac{1}{2}$ litros y cuántos de $\frac{1}{4}$ litro con una botella de 2 $\frac{1}{4}$ litros. No se espera que las niñas y niños desplieguen estrategias algorítmicas, sino que exploren diversas formas de averiguarlo, por ejemplo, a partir de dibujos, esquemas o cálculos mentales que pongan en juego relaciones entre litros enteros, medios y cuartos, por ejemplo, “dos vasos de $\frac{1}{2}$ o cuatro vasos de $\frac{1}{4}$ forman 1 litro”, "dos de un cuarto hacen un medio". En un espacio de trabajo colectivo la o el docente podrá intervenir de modo que

comiencen a considerar otras formas de expresar las mismas relaciones: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$; que también están involucradas en los **problemas 3 y 4** (pág.13).

3. Lorenzo, Agustín y Luciano comieron 1 kilo y $\frac{1}{4}$ de los 2 kilos de mandarinas que compraron. ¿Será cierto que les quedó $\frac{1}{2}$ kilo de mandarinas para mañana?

4. Loli necesita 1 kilo y medio de duraznos en latas para hacer dos tartas. Dice que le falta comprar $\frac{1}{4}$ kilo. ¿Cuánto durazno compró hasta ahora?

Estos problemas involucran sumar fracciones. Sin embargo no se propone enseñar técnicas o métodos únicos para sumar. Por el contrario se busca promover el cálculo mental apelando a relaciones entre fracciones, por ejemplo “un cuarto más otro cuarto es un medio”, "medio y un cuarto se puede escribir $\frac{3}{4}$", "$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$", "si a 1 le saco $\frac{1}{4}$ quedan $\frac{3}{4}$”. También será interesante ayudar a advertir que algunas de esas expresiones son equivalentes.

Las distintas situaciones que se presentan en el **problema 5** (pág. 13) también involucran el establecimiento de relaciones entre medios y cuartos, por ejemplo: ¿cuántos potes de $\frac{1}{2}$ kg se necesitan para armar 3 kg?, ¿cuántos kilos de helado se compran al llevar 10 potes de $\frac{1}{4}$?, ¿cuántos potes de $\frac{1}{4}$ se necesitan para llevar 1 $\frac{3}{4}$ kg?

Es probable que algunas alumnas o algunos alumnos reconozcan que este tipo de problemas se pueden resolver multiplicando. Por ejemplo,

“si para armar 1 kilo se usan dos potes de $\frac{1}{2}$ kilo, para 3 kilos necesitaré el triple de esos potes”. Ahora bien, ¿cómo se calcula el triple del doble de $\frac{1}{2}$, o sea, $\frac{1}{2}$ x 2 x 3? Tal como mencionamos para el caso de sumas y restas, no se espera introducir técnicas o algoritmos para multiplicar fracciones. Se espera, en cambio, que las alumnas y los alumnos sigan explorando formas propias de resolver estos problemas apelando a dibujos, gráficos y cálculos mentales que se apoyen en las relaciones entre cuartos, medios y enteros que están estudiando.

Los **problemas 6 y 9 (**pág. 14) invitan a pensar que tres partes de $\frac{1}{3}$ forman un kilo entero y, los **problemas 7 y 8**, que seis partes de $\frac{1}{6}$ también forman 1 kilo; extendiendo de este modo las relaciones que venían analizando para medios y cuartos, que se retoman en el **problema 10** (pág. 14).

10. **Para hacer en grupos:** En la verdulería, Valentín compró 1 kg de papas, $\frac{2}{3}$ kg de batatas, $\frac{1}{2}$ kg de cebollas, $\frac{4}{3}$ kg de zapallitos, $\frac{3}{2}$ kg de morrones, $\frac{1}{4}$ kg de lechuga y $\frac{3}{4}$ kg de repollo.

    a- ¿Es posible acomodar las verduras en dos bolsas de modo que pesen lo mismo?

    b- Si es posible, propongan una manera de hacerlo.

Para resolver este problema las alumnas y los alumnos podrán sumar todas las cantidades para averiguar el peso total (6 kilos) y ensayar distintas maneras de agrupar los productos de modo de obtener dos bolsas de igual peso. Otra manera podría ser reunir los tercios, los medios y los cuartos por separado para ir armando kilos enteros (2 kilos, 2 kilos y 1 kilo respectivamente) y luego repartirlos en las dos bolsas.

En la sección final se propone un retorno sobre el **problema 10** para comenzar a identificar que algunas medidas son mayores que 1 kg. y

otras menores que 1 kg. Este primer análisis será retomado más adelante fuera del contexto de la medida. Es importante señalar que no se apunta a clasificar las fracciones en “propias, impropias o aparentes”, sino a analizarlas en términos de “menores a 1, iguales a 1 y mayores a 1”.

- **Problemas con fracciones de cantidades**[9]

En este apartado se inaugura un trabajo en torno a las fracciones en el que ya no hacen referencia a una parte de un objeto, sino a una parte de una colección de objetos formada por varios elementos (figuritas, lápices de colores, hojas, etc.).

Posiblemente, para resolver los primeros problemas, algunas chicas y algunos chicos recurran a dibujar o representar con marcas la colección completa (40, 25, 60 elementos según el problema), para luego realizar en la imagen las particiones necesarias. Otras u otros podrán realizar directamente los cálculos reconociendo que se trata de averiguar “la mitad de 60”, "la quinta parte de 25" o "un cuarto de 40" dividiendo mentalmente.

Un asunto interesante para pensar es que, en el **problema 3** (pág. 16), aparece la palabra “repartir” pero ligada a un sentido diferente de los problemas de reparto equitativo que venían resolviendo hasta ahora.

> 3. Irene compró 60 lápices de colores para repartir entre ella y sus dos hermanas. La mitad se los quedó ella, $\frac{1}{4}$ se los dio a Julia y el otro $\frac{1}{4}$ a Toti. ¿Cuántos lápices recibió cada una?

Dado que no se entregará la misma cantidad de lápices a cada una de las hermanas, las fracciones aparecen para indicar de qué modo se realizó la distribución de elementos de la colección. Para avanzar en la resolución, las chicas y chicos podrían apoyarse en que $\frac{1}{4}$ es la mitad de $\frac{1}{2}$, entonces, como la mitad de 60 lápices es 30 y la mitad de 30 es

15, Irene se quedó con 30 lápices y entregó 15 a cada una de sus hermanas. Los números escogidos para estos primeros problemas propician el uso de cálculos mentales y el despliegue de este tipo de estrategias.

Para resolver el **problema 5** (pág. 16) las y los estudiantes podrán determinar que sobran figuritas repetidas a partir de sumar las cantidades que representan cada una de las fracciones involucradas o reconociendo que $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ y que $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, por lo tanto, sobra $\frac{1}{3}$ de las figuritas. En un espacio colectivo de la clase, será interesante poner en diálogo estas dos resoluciones e invitar a reflexionar sobre las distintas formas de abordar la última pregunta a partir de estas producciones.

> 5. **Para resolver en parejas:** Pablo tenía 66 figuritas repetidas y decidió regalarle $\frac{1}{3}$ de esas figuritas a Vanina, $\frac{1}{6}$ a Rita y $\frac{1}{6}$ a Diego. ¿Cuántas figuritas le dio a cada amiga o amigo? ¿Le sobraron figuritas repetidas? Si le sobraron, ¿cuántas?

El **problema 10** (pág.18) invita a pensar en que una misma fracción puede representar cantidades distintas dependiendo de la colección de referencia.

> 10. **Para resolver en parejas:** Violeta gastó $\frac{1}{4}$ de sus ahorros en las vacaciones. Alejo dice que también gastó $\frac{1}{4}$ de sus ahorros, pero gastó menos dinero que Violeta. ¿Puede ser cierto lo que dice Alejo? Expliquen por qué.

Será necesario poner en discusión que ese $\frac{1}{4}$ que se menciona en el problema representa la cuarta parte de un monto desconocido y que podría ser diferente para cada uno.

- **Usar fracciones en problemas con tablas**[10]

Los **problemas 1 a 5** (págs. 19-20) buscan que las chicas y los chicos resuelvan problemas de series proporcionales, trabajo que se inicia en primer ciclo y se espera recuperar aquí para encarar un nuevo desafío:

esta vez los valores de las distintas magnitudes o la constante de proporcionalidad son números fraccionarios.

Tal como hicieron al resolver este tipo de problemas con números naturales[11], las alumnas y los alumnos podrán completar cada casillero partiendo del par inicial, o bien, estableciendo diversas relaciones aditivas y multiplicativas de modo que cada par obtenido sirva de apoyo para completar los que faltan. Será entonces importante que la tarea no se agote en el completamiento de las tablas, sino que se habilite un espacio de intercambio colectivo en el que puedan explicar cómo hicieron para lograrlo.

Probablemente las alumnas y los alumnos no encuentren dificultades en reconocer que si se sabe cuánto se necesita para 1 persona, para 2 personas se necesitará el doble, para 3 personas el triple, etc., apelando a las relaciones y las propiedades de la proporcionalidad estudiadas a propósito de los números naturales. El desafío se encontrará entonces en averiguar cómo calcular el doble, el triple, el cuádruple, la mitad, el tercio o el cuarto de una cantidad cuando la constante o los valores de las magnitudes son fraccionarias. Para encarar este nuevo desafío podrán recurrir a dibujos, gráficos o cálculos mentales en los que será posible recuperar las relaciones entre fracciones analizadas anteriormente. Las fracciones involucradas favorecen esta tarea: $\frac{1}{2}$,$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.

Por ejemplo, para completar la tabla del **problema 4** posiblemente algunas chicas y algunos chicos se apoyen exclusivamente en los octavos: “si para 1 persona se necesita $\frac{1}{8}$, para 2 personas serán $\frac{2}{8}$, para 3 serán $\frac{3}{8}$, etc.”. De este modo, resultará suficiente con modificar los numeradores uno a uno.

4. Para una reunión se calculó que se necesita $\frac{1}{8}$ de ensalada por persona. Completen la tabla.

Cantidad de personas	1	2	3	4	5	6
Cantidad de ensalada (en kilos)	$\frac{1}{8}$					

Poniendo en juego las mismas relaciones, también podrán sumar o multiplicar mentalmente, por ejemplo, para calcular la cantidad de ensalada necesaria para dos personas: "un $\frac{1}{8}$ más otro $\frac{1}{8}$ son $\frac{2}{8}$ ", "dos veces $\frac{1}{8}$ es $\frac{2}{8}$". También es posible que identifiquen que "$\frac{2}{8}$ en igual a $\frac{1}{4}$" y usen esa fracción para averiguar la cantidad de ensalada necesaria para 4 personas. En este sentido, será una nueva oportunidad para analizar las equivalencias entre octavos, cuartos y medios. Es importante aclarar que no se espera que las alumnas y los alumnos usen estas escrituras en sus primeras producciones, sino que pongan en juego las relaciones entre fracciones que vienen estudiando.

Un aspecto en el cual será preciso detenerse es que, a diferencia de los problemas de series proporcionales que han resuelto anteriormente, en estos problemas la constante de proporcionalidad es fraccionaria.

Una particularidad de los **problemas 2 y 5** es que la constante de proporcionalidad debe calcularse a partir de la información que ofrece el problema, lo cual puede representar una mayor complejidad.

2. Se calcula que con $\frac{1}{2}$ kilo de harina se hacen 4 pizzetas. Completá la siguiente tabla:

Cantidad de pizzetas	1	2	3	4
Cantidad de harina (en kilos)				$\frac{1}{2}$

Para averiguar la cantidad de harina necesaria para 2 pizzetas, podrán calcular la mitad de $\frac{1}{2}$ y, a partir de allí, la mitad de $\frac{1}{4}$ para encontrar la cantidad necesaria para 1 pizzeta. El uso de fracciones con las que vienen interactuando en problemas anteriores, apunta a favorecer el establecimiento de estas relaciones. Para calcular la cantidad de harina necesaria para 3 pizzetas podrán sumar la que se necesita para 1 pizzeta y 2 pizzetas, o bien, restar la cantidad de harina que se necesita para hacer 1 pizzeta a la que se necesita para 4 pizzetas.

A medida que las oportunidades de trabajo con este tipo de problemas vayan permitiendo un análisis más profundo, las chicas y los chicos tendrán la posibilidad de enfrentar otra de las rupturas que mencionamos en las primeras páginas, la idea de que en “una multiplicación entre dos números siempre da un número mayor a ambos” deja de funcionar.

El trabajo con tablas y relaciones de proporcionalidad directa colabora con el tratamiento de múltiples contenidos. Se inicia con el campo multiplicativo con números naturales en el primer ciclo y se extiende a los números racionales permitiendo ser base para el tratamiento de las operaciones y para avanzar en el estudio de la proporcionalidad. A su vez proyecta su continuidad en el tratamiento de algunos contenidos, como los vinculados a razones y porcentaje, que serán profundizados

en el nivel secundario.

- **Explorar decimales**[12]

En esta serie de problemas se recrean situaciones en el contexto del dinero y de la medida dado que involucran frecuentemente el uso de números decimales[13]. La idea de este material es que las alumnas y los alumnos empiecen a usarlos sin ninguna presentación ni definición previa acerca de su denominación, el tipo de números, el sentido de la coma o los términos décimos, centésimos, etc.

Tal como señalamos en apartados anteriores, no se apunta al uso de algoritmos para la resolución de problemas y cálculos, sino a que las chicas y los chicos apelen a cálculos mentales e, incluso, a que usen la calculadora para resolver o para comprobar resultados. La incorporación de esta herramienta puede requerir que se analice cómo aparecen el punto y la coma en las escrituras de números decimales con calculadora, ya que, dependiendo del dispositivo que se use, puede aparecer en el visor el punto o la coma. Otro aspecto que podrá llamar la atención de las y los estudiantes es que, si bien ingresan números con dos cifras decimales, el resultado que aparece en el visor puede tener solo una. Por ejemplo, en el problema 1, si realizan la suma 5+12,50+8,50+10,50 el resultado que arroja el visor es 36,5. Será preciso entonces destinar un tiempo para interpretar y distinguir diversas notaciones.

Dado que el uso de la calculadora puede presentar algunos desafíos, será fundamental que las alumnas y los alumnos no depositen toda su confianza en los resultados que obtienen al usarla. En este sentido, las anticipaciones que puedan realizar a través de cálculos estimativos serán un buen punto de apoyo para aceptar o dudar de los resultados que vayan leyendo en el visor. Por ejemplo, para sumar *doce pesos* más *cincuenta centavos*, algunas o algunos estudiantes podrían ingresar en

una calculadora: 12+50 y obtener 62 como resultado. La distancia entre la cantidad obtenida y la esperada a partir de su anticipación (*doce pesos con cincuenta centavos*) los llevará a dudar de la calculadora (realizar nuevamente el cálculo, suponer que “esta calculadora anda mal”, etc.), del cálculo realizado o de la manera en que escribieron esas cantidades (50 en lugar de 0,50).

- Decimales en el contexto del dinero

Los **problemas 1 a 4** (págs. 21-22) están pensados para que las alumnas y los alumnos usen algunos de los conocimientos que pudieran tener disponibles a partir de participar de situaciones cotidianas en el contexto del dinero. Un aspecto a considerar es que al sumar cantidades de dinero es habitual sumar la cantidad de pesos y de centavos por separado antes de calcular la cantidad total.

En el **problema 1** hay que sumar varias cantidades y luego calcular el vuelto, o bien, restar sucesivamente a $50 el valor de cada producto. Los números involucrados habilitan el uso de cálculos mentales, incluso para la parte decimal: en todos los casos es $0,50, lo que favorece el armado de cantidades enteras de pesos. Estas relaciones también están presentes en el problema 2 (¿cuántas monedas de $0,25 arman $1?), en el problema 3 (“75 centavos y 25 centavos forman 1 peso) y en el problema 4 ($0,40 más $0,60 forman $1). En todos los casos, la calculadora podrá ser utilizada como una herramienta para resolver o comprobar resultados.

Para resolver el **problema 5** podrán usar sumas o multiplicaciones. En ambos casos, también podrían operar separando pesos y centavos: “¿cuántos pesos se arman al multiplicar $0,40 por 6?”. Posiblemente, la multiplicación conocida 4x6=24 sea un punto de apoyo para calcular 0,40x6.

Será necesario que algunos de los cálculos que vayan utilizando y

circulando en los intercambios colectivos se registren en carteles para el aula o en las carpetas, de modo que queden disponibles para resolver nuevos problemas con números decimales (ya hemos mencionado algunas de ellas: 0,25x4=1; 0,75+0,25=1; entre otras). Esta es la tarea que se propone en la sección final. Podrán consultar la información de las distintas sumas que dan 1 para resolver algunos de los problemas que se incluyen en este material. Será interesante vincular estos nuevos cálculos que se incorporan al repertorio aditivo con las sumas que dan 10, 100 o 1.000 que han elaborado en el campo de los números naturales. A su vez, en la sección final se introduce un análisis que se retomará más adelante: al sumar 10 veces 0,10 se obtiene 1. Si la o el docente lo considera pertinente podrá ampliar a nuevas preguntas: ¿qué pasará si se suma 10 veces $0,50?

- Leer y escribir decimales en el contexto del dinero

Estos problemas apuntan a relacionar las escrituras decimales con el valor posicional a partir de leer y escribir números en el contexto del dinero. El **problema 1** (pág. 22) se aborda la equivalencia entre 8,5 y 8,50.

Los problemas del apartado anterior, donde se promueve el uso de monedas y billetes, servirán de referencia para encarar esta tarea. En esta oportunidad, se podrá analizar la equivalencia entre décimos y centésimos, para concluir que en ambos casos se trata de la mitad de $1 (0,50 y 0,5). Los **problemas 2 a 5** (págs. 22-23) presentan nuevas oportunidades para discutir estas ideas. Este debate se retoma en la sección final donde se analiza si es posible que un mismo número admita diferentes escrituras.

A su vez, los problemas de este apartado introducen la lectura y escritura de números decimales en términos de pesos y centavos. Estas maneras de nombrar resultarán puntos de apoyo para avanzar en la lectura y escritura de números decimales fuera del contexto del

dinero.

- Comparar y ordenar decimales en el contexto de la medida

Los **problemas 1 a 8** (págs. 23-25) proponen el estudio del orden y la comparación de números decimales en el contexto de la medida. Las cantidades que se incluyen en cada problema están expresadas en la misma unidad de medida, ya que no se apunta aquí al estudio de sus equivalencias.

Como ha sido mencionado a propósito del contexto del dinero, la intención es retomar los conocimientos que las y los estudiantes hayan podido construir respecto de las expresiones decimales al interactuar con las medidas y las mediciones en situaciones extraescolares o en años anteriores y, a partir de su empleo, avanzar en la reflexión y explicitación de aspectos más internos de este modo de representación.

En el **problema 1** se propone iniciar la comparación de expresiones con la misma parte entera y la misma cantidad de cifras decimales.

1. Ana mide 1,41 m y Caro mide 1,39 m. ¿Cuál de las dos es más alta?

Las chicas y los chicos podrán basarse en los criterios de comparación que han elaborado a propósito de los números naturales, como por ejemplo: “el número que tiene la cifra de adelante más grande, es mayor” y extenderlos a la comparación entre décimos y centésimos. Como en este caso los números tienen igual cantidad de cifras, tal extensión no genera ningún conflicto. De hecho, podrán comparar los números involucrados como si no tuvieran coma y afirmar: “141 es mayor que 139”. Otras y otros podrán decir: “como en la parte entera son iguales, hay que fijarse en los que siguen”, “4 es mayor a 3, entonces 1,41 es mayor a 1,39”. También es posible que, observando las partes decimales completas, afirmen: “como 41 es mayor que 39,

entonces 1,41 es mayor”.

Los **problemas 2 y 3** (pág. 24) llevan a comparar dos números con la misma cifra en la parte entera, pero con diferente cantidad de cifras en la parte decimal. Esta situación busca poner en tensión la idea construida a propósito de los números naturales: “a más cantidad de cifras, mayor es el número”, ya que en ambos casos el número con una sola cifra es mayor.

2. Mica hace tortas a pedido. Para preparar los bizcochos necesita 1,2 kg de harina. Su balanza de cocina le indica que cuenta con 1,15 kg. ¿Necesita agregar o quitar harina?

En momentos de puesta en común, se podrá promover la explicitación de estos argumentos y la discusión acerca de su validez.

Los **problemas 4 y 5** (pág. 25) brindan nuevas oportunidades para comparar otros pares de números: 225,80 y 225,79; 10,5 y 10,05. Si a las niñas y los niños les resultara difícil comparar 10,5 y 10,05 litros (**problema 5**), la o el docente podría ofrecer otras medidas de uso social en las que intervengan cifras decimales similares, por ejemplo: el *litro y medio* y su escritura, 1,5 l; o *2 litros y cuarto* y su escritura, 2,25 l. Los décimos de la primera escritura y los centésimos de la segunda podrían brindar pistas para pensar en el significado de 10,5 y 10,05 litros.

La intención es que a partir de la resolución de estos problemas y de la discusión colectiva en espacios de intercambio, las alumnas y los alumnos puedan identificar cuáles de los criterios de comparación que conocen funcionan en este conjunto numérico y qué recaudos deben tener en cuenta para no confundirse. Allí podrán explicitar los argumentos que utilizaron para tomar o descartar algunas ideas e ir construyendo conocimientos sobre el valor posicional en los decimales.

Los **problemas 6 a 8** (págs. 24) incorporan la comparación de

decimales hasta los milésimos. Se proponen para resolver individualmente, como una instancia de reinversión de las conclusiones a las que arribaron al resolver los problemas anteriores.

6. En un supermercado venden pollos. Cada pollo tiene el peso en su etiqueta, uno dice 3,250 kg y otro 3,3 kg. Si se quiere comprar el más pesado, ¿cuál habría que elegir?

7. En una panadería venden bolsitas de pan. Una de ellas tiene una etiqueta que indica que contiene 1,25 kg de pan y otra 1,250 kg. ¿Es cierto que ambas pesan lo mismo?

En el **problema 8** se presenta un nuevo desafío: la comparación de varias expresiones en forma conjunta.

8. Estas son las alturas de jugadores profesionales de un equipo de vóley:

   2,2 m – 1,98 m – 2,15 m – 1,99 m – 2,10 m

   ¿Qué altura tiene el jugador más alto? ¿Y el más bajo?

Esta tarea implica un nuevo reto, ya que comparar varios números entre sí exige considerar diversos criterios a la vez. Aún habiendo elaborado estrategias nuevas a partir del trabajo con los problemas de este apartado, es probable que todavía haya chicas y chicos que cometan algunos errores. Es importante destacar que revisar y transformar las ideas que funcionaron durante tantos años para los números naturales, requiere de un tiempo de trabajo, en el que tengan múltiples oportunidades para pensar colectivamente. La solicitud de elaborar “pistas” para comparar decimales que también se propone en esta sección final, busca colaborar en ese proceso de explicitación y toma de conciencia de lo que se va aprendiendo.

- **Pensar algunos cálculos con fracciones**[14]
- Cálculos mentales con fracciones

Los problemas que se incluyen en este apartado permiten reinvertir el trabajo realizado a partir de diversos problemas que involucran "armar el entero". Por ejemplo, en los **problemas 1 y 2** (pág. 25-26) será suficiente reconocer con cuántos cuartos se forma un entero para desplegar alguna estrategia que permita resolverlos.

1. Valentín colabora con un comedor del barrio y necesita 1 kg de azúcar para preparar un postre. Ya consiguió $\frac{1}{4}$ kg, ¿cuánta cantidad de azúcar le falta conseguir?

2. Florencia necesita 2 kg de harina. Si tiene $\frac{3}{4}$ kg, ¿cuánta cantidad de harina le falta comprar?

Para resolver el **problema 1**, las chicas y chicos podrían usar algunos de estos procedimientos: “a $\frac{1}{4}$ le faltan $\frac{3}{4}$ para armar $\frac{4}{4}$ que es un entero”, “1 kilo son $\frac{4}{4}$, si le saco $\frac{1}{4}$ quedan $\frac{3}{4}$, entre otros posibles. Estas ideas podrían ser punto de apoyo para resolver el **problema 2**: “si 1 kilo son $\frac{4}{4}$, entonces 2 kilos son $\frac{8}{4}$; así que si a $\frac{8}{4}$ le saco $\frac{3}{4}$ quedan $\frac{5}{4}$”, “para llegar a $\frac{8}{4}$ desde $\frac{3}{4}$, faltan $\frac{5}{4}$”, “2 kilos es $\frac{4}{4}$+$\frac{4}{4}$, si ya tengo $\frac{3}{4}$ falta $\frac{1}{4}$ de uno de los kilos y otro kilo completo; entonces falta comprar 1 kilo y $\frac{1}{4}$ de harina”, “a $\frac{3}{4}$ le falta $\frac{1}{4}$ para completar 1 kilo y aún falta otro kilo”. Este trabajo podrá vincularse, por ejemplo, con el **problema 7** (pág.14) en el que hay que averiguar cuánto le falta a $\frac{5}{6}$ para llegar a 2.

Hay dos preguntas que recorren este grupo de problemas: ¿cuánto le falta a esta fracción para llegar a 1 o a 2? y ¿cuánto se pasa esta fracción de 1 o de 2? Si bien es muy probable que las alumnas y alumnos reconozcan que estas preguntas podrían ser respondidas sumando o restando, no se espera que usen algoritmos sino que se apoyen en diversas relaciones y equivalencias entre fracciones y usen cálculos mentales.

A partir del **problema 3** (pág. 26) se plantea el mismo tipo de trabajo

pero sin un contexto externo. Para resolver este problema y el siguiente, las alumnas y alumnos podrían “buscar lo que le falta o sobra al numerador para ser igual que el denominador”. La información que se ofrece en el recuadro podrá ser un buen punto de apoyo para esta tarea. Por ejemplo, en el **problema 4** (pág. 26) se trata de fracciones mayores a 1 por lo que podrían apoyarse en escribir cada número como una suma de fracciones en la que una de ellas es equivalente a un entero: “$\frac{5}{4} = \frac{4}{4}+\frac{1}{4}$, entonces $\frac{5}{4}$ se pasa en $\frac{1}{4}$ del entero”.

Este análisis también permitirá identificar la equivalencia entre expresiones como $\frac{5}{4}$ y $1\frac{1}{4}$. Recordemos que el reconocimiento de las diversas maneras en que puede expresarse un mismo número no es un asunto menor. Al inicio de este documento nos referimos a la ruptura que representa respecto de los conocimientos elaborados en torno a los números naturales.

En el **problema 5** (pág. 26) las alumnas y los alumnos tienen que identificar si se trata de fracciones mayores o menores a 1, a diferencia de los problemas anteriores en los que esta información era ofrecida desde el enunciado. Entre las fracciones que se incluyen en este problema se encuentra una que es igual a 1.

Los **problemas 6 y 7** de este apartado (pág. 27) implican pensar “cuánto falta para llegar a 2 o cuánto se pasa de 2”. En el **problema 6**, por ejemplo, para saber cuánto le falta a $\frac{12}{8}$ para llegar a 2 podrían pensarlo de este modo: “como $\frac{8}{8}$ es igual a 1, entonces 2 es igual a $\frac{16}{8}$; $\frac{12}{8}$no llega a 2, le faltan $\frac{4}{6}$ para llegar a 2”, “si a $\frac{16}{8}$ (que es igual a 2) le resto $\frac{12}{8}$ quedan $\frac{4}{8}$”.

6. ¿Cuánto le falta a cada una de estas fracciones para llegar a **2**?

a- $\frac{12}{8}$ **d-** $\frac{9}{10}$

b- $\frac{9}{6}$

c- $\frac{6}{5}$

e- $\frac{7}{8}$

f- $\frac{5}{6}$

La sección final retoma lo realizado y busca promover nuevos avances. Por ejemplo, el ítem **a-** recupera la relación entre $\frac{1}{4}$ y el entero para pensar en cuántas partes de $\frac{1}{4}$ serán necesarias para formar 3 y 4 enteros. Al igual que los ítems siguientes, se apunta a extender las relaciones identificadas hasta el momento.

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

Volver a pensar sobre los problemas entre todas y todos

• Vuelvan a mirar los problemas que resolvieron sobre cálculos con fracciones.

a- ¿Cuántas partes de $\frac{1}{4}$ se necesitan para formar 3 cosas enteras? ¿Y para formar 4?

b- ¿Será cierto que 12 veces $\frac{1}{6}$ equivale a 2?

c- ¿Será cierto que 18 veces $\frac{1}{6}$ equivale a 3?

d- ¿Será cierto que 25 veces $\frac{1}{5}$ equivale a 5?

La o el docente podrá invitar a pensar qué vínculos pueden establecer entre los números involucrados en cada pregunta, por ejemplo: ¿tendrá algo que ver en **b-** que 2x6=12, en **c-** que 3x6=18 y en **d-** que 5x5=25? Las respuestas a las que arriben entre todas y todos podrían avanzar en la formulación de una regla general (aunque incipiente) que podrá

ser revisada y profundizada más adelante, por ejemplo: “al calcular el triple de una fracción se triplica el numerador pero el denominador se mantiene”.

- Comparar fracciones

Los problemas que integran este apartado apuntan a que las chicas y los chicos comparen fracciones poniendo en juego las relaciones que han elaborado hasta el momento. Tal como venimos señalando, no se trata de ofrecerles técnicas para realizar esta tarea, sino de darles la oportunidad de elaborar criterios diversos de comparación, según los números involucrados, como se verá en el análisis de los problemas siguientes.

Las fracciones que seleccionamos para cada actividad permiten traer a escena algunas de las dudas o dificultades que surgen al extender los criterios de comparación de números naturales para ordenar fracciones.

En los primeros problemas las alumnas y los alumnos deberán decidir si las fracciones propuestas son o no equivalentes: $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$ en el **problema 1** y $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ en el **problema 2** (pág. 28). Para resolver ambos problemas podrán recuperar las relaciones entre cuartos y octavos y entre tercios y sextos analizadas en problemas anteriores.

Es probable que las alumnas y los alumnos adviertan que en ambos casos los numeradores y denominadores se duplican. Si bien se trata de comparar números fuera de un contexto externo, posiblemente para algunas o algunos estudiantes resulte necesario imaginar objetos que se dividen en 4 o en 8 partes, para definir que “1 parte de 4 es equivalente a 2 partes de 8”.

En un espacio de trabajo colectivo es posible que algunas alumnas o algunos alumnos compartan esta idea: “si el numerador y el

denominador de una fracción son el doble del numerador y el denominador de otra fracción, entonces son equivalentes". La o el docente podrá invitarlos a pensar si pasará lo mismo si se trata del triple, el cuádruple, la mitad o el tercio. Es importante no perder de vista el sentido de estas transformaciones, ya que es probable que dificulten el reconocimiento de que todas esas fracciones representan el mismo número. La lectura colectiva del cartel con información que se ofrece en este apartado apunta a profundizar esa idea.

Para recordar:

Hay fracciones que **representan un mismo número**, por ejemplo: $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ son **fracciones equivalentes**, porque todas ellas representan la mitad de uno. Otros ejemplos de fracciones equivalentes pueden ser:

$\frac{1}{4}$ es equivalente a $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{16}$

$\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{30}{40}$

El **problema 3** (pág. 28) intenta problematizar un error común que consiste en extender un conocimiento respecto de los números naturales y aplicarlo a los racionales y que tiene que ver con suponer que $\frac{1}{3}$ es más grande que $\frac{1}{2}$ porque 3 es más grande que 2.

Para comparar las fracciones propuestas las alumnas y alumnos podrían evocar situaciones de reparto ("$\frac{1}{3}$ es un reparto entre tres personas y $\frac{1}{2}$ entre dos, así que $\frac{1}{3}$ es menor") o recurrir al contexto de la medida ("con 3 tiras de $\frac{1}{3}$ se forma la tira entera pero se necesitan solo 2 tiras de $\frac{1}{2}$ para formar la misma tira, entonces $\frac{1}{2}$ es mayor"). En un espacio de trabajo colectivo a partir de este problema, podría comenzar a circular la idea de que "si el numerador es el mismo, es más grande la fracción que tiene denominador más chico porque se

divide el numerador en más partes".

El **problema 4** (pág. 28) presenta distintos ítems que permiten poner en juego diferentes criterios.

4. Para cada par de fracciones indiquen cuál es la mayor y expliquen cómo lo pensaron.

a- $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{6}$

b- $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$

c- $\frac{4}{5}$ y $\frac{3}{2}$

d- $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{5}$

En el ítem **a-** se comparan fracciones de igual denominador, por lo que será suficiente establecer qué numerador es mayor. En el **ítem b-** las fracciones tienen numerador 1 y diferente denominador, por lo que podrán recuperar el trabajo realizado en el problema 3. En el **ítem c-** las fracciones no tienen igual numerador ni denominador, para compararlas podrán determinar si cada fracción es mayor, menor o igual a 1: $\frac{4}{5}$ es menor a 1 y $\frac{3}{2}$ es mayor a 1. Por último, el **ítem d-** requiere comparar dos fracciones menores a 1 con igual numerador y diferente denominador. En este caso, se podrán reutilizar los argumentos utilizados en el **ítem b-** pero ahora con fracciones con numerador distinto de 1. Es decir, las chicas y los chicos podrían decir, por ejemplo, que “si se divide a 3 en 4 partes cada una de esas partes va a ser más chica que las que se obtienen de dividir a 3 en 4 partes”. Otra opción consiste en escribir ambas fracciones como otras equivalentes con igual denominador para compararlas.

La propuesta de la sección final apunta a poner en común, analizar y sistematizar los procedimientos e ideas que desplegaron al comparar fracciones. Se podría arribar a conclusiones como las siguientes: “para comparar fracciones podemos pensar en su relación con el 1”, “para comparar dos fracciones de igual denominador alcanza con comparar

los numeradores", "entre dos fracciones de igual numerador es mayor la de menor denominador", "para comparar dos fracciones de distinto denominador podemos buscar fracciones equivalentes".

- Otros cálculos con fracciones

En los **problemas 1 a 4** (págs. 29-30) se espera que las alumnas y alumnos se apoyen en los cálculos o las equivalencias entre fracciones que han sido objeto de trabajo en clases anteriores, por eso es importante que tengan disponibles los registros realizados en carteles o carpetas. A partir de estos conocimientos, podrán descomponer las fracciones en otras que les resulten convenientes para realizar las restas o sumas con mayor facilidad. También es probable que usen dibujos o gráficos para resolver o para controlar lo realizado.

En el **problema 1** se proponen dos sumas entre fracciones. Para determinar si es cierto que suman 1, las alumnas y los alumnos podrán reinvertir el trabajo realizado en clases anteriores ligado a identificar cuántas partes forman un entero.

1. ¿Es verdad que las siguientes sumas dan 1? Expliquen cómo se dieron cuenta en cada caso.

   a- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

   b- $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

El desafío que se plantea aquí es que las fracciones involucradas no tienen el mismo denominador, por ello deberán asociarlas de modo que resulte más claro arribar a una respuesta. Las fracciones seleccionadas favorecen este tipo de trabajo, por ejemplo en **a-** "como 3 de $\frac{1}{3}$ forman un entero, esta suma da más que 1". El **problema 2** extiende este tipo de análisis a partir de sumar o restar una fracción a 1 o a 2, trabajo ya iniciado en clases anteriores.

Los **problemas 3 y 4** proponen sumas y restas de fracciones, algunas con el mismo numerador o denominador y otras con numeradores y denominadores diferentes.

4. Calculen las restas mentalmente:

a- $\frac{9}{4} - \frac{3}{4} =$

b- $\frac{14}{8} - \frac{1}{4} =$

c- $\frac{4}{5} - \frac{3}{10} =$

d- $\frac{11}{6} - \frac{1}{3} =$

Un error habitual en este tipo de cálculos se presenta al suponer que se trata de sumar entre sí los numeradores y proceder del mismo modo con los denominadores. Una intervención interesante que la o el docente puede introducir para poner en duda esta estrategia, es traer a escena una suma o resta conocida para analizar que esta idea no funciona, por ejemplo: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

En un espacio de puesta en común será interesante comenzar a explicitar los procedimientos utilizados de modo de identificarlos para poder usarlos al resolver nuevos cálculos.

- **Fracciones y decimales**

Los problemas que se presentan aquí buscan que las alumnas y alumnos comiencen a identificar que las escrituras decimales son modos de expresar fracciones decimales. Se espera que puedan ir estableciendo relaciones entre las fracciones decimales y la posición de las cifras en una escritura decimal.

Será interesante analizar que en aquellos casos en los que el denominador de las fracciones no es una potencia de 10, se podrá considerar una fracción equivalente con denominador 10, 100, 1.000, etc.

- Relaciones entre fracciones y decimales

El **problema 1** (pág. 30) propone analizar la equivalencia entre 5 $\frac{3}{4}$ y 5,75 y el **problema 2** (pág. 31), la equivalencia entre $\frac{1}{2}$ y 0,5. En ambos problemas se solicita que expliquen cómo lo pensaron, con la intención de comenzar a explicitar las relaciones en las que se apoyan para decidir. De ser necesario, podrán usar la calculadora para resolver o para comprobar.

El **problema 3** (pág. 31) apunta a analizar algunas expresiones equivalentes a $\frac{1}{4}$, a partir de las cuales se podrán retomar y profundizar las siguientes ideas:

-0,25 y 0,250 son escrituras decimales equivalentes,

-todas las fracciones en las que el denominador es el cuádruple del numerador son equivalentes a $\frac{1}{4}$,

-$\frac{1}{4}$ es menor a 1 y 1,4 es mayor a 1, por lo tanto, no son equivalentes.

Esta última opción en particular permite trabajar un error frecuente que consiste en expresar una fracción como decimal, suponiendo que el numerador corresponde a la parte entera y el denominador a la parte decimal. El mismo análisis se retoma en la sección final.

- Fracciones decimales

El **problema 1** (pág. 32) se presenta en el contexto de un juego que apunta a introducir fracciones cuyos denominadores son décimos, centésimos y milésimos.

1. En un juego se utilizan monedas de $1, de 10 centavos y de 1 centavo.

a- ¿Qué fracción de $1 es una moneda de 10 centavos? Elijan la opción correcta:

$\frac{10}{10}$ $\frac{10}{100}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$

b- Qué fracción de $1 es una moneda de 1 centavo? Elijan la opción correcta:

$\frac{10}{100}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{1000}$

Para resolverlo podrán apoyarse en la información que brinda el primer cartel:

Para recordar:

Para llegar a $1 se necesitan 10 monedas de 10 centavos.

Para llegar a $1 se necesitan 100 monedas de 1 centavo.

Se trata de identificar cuál de las fracciones que se ofrecen en cada ítem representan las relaciones que allí pueden leerse. El **problema 2** (pág. 32) propone vincular una fracción con un décimo en su escritura fraccionaria y decimal, asunto central de este apartado. Será importante discutir con las alumnas y los alumnos que se trata de expresiones equivalentes dado que se necesitan 10 de 0,1 o 10 de $\frac{1}{10}$ para formar un entero. ¿Pasará lo mismo con $\frac{1}{100}$ y 0,01?

A partir de interactuar con las primeras situaciones, se presenta un cartel con información que será preciso leer y analizar en forma colectiva. Luego de su lectura, será interesante volver a mirar los problemas resueltos y revisarlos a partir de su contenido.

El **problema 3** (pág. 33) propone un nuevo desafío: escribir la expresión

decimal de una fracción dada. Tarea que se extiende y complejiza en el **problema 4** (pág. 33), en el que se apunta a vincular fracciones decimales, números decimales y su designación oral.

Estas relaciones ponen en juego el análisis del valor posicional, cuyo tratamiento se profundiza en el **problema 5** (pág. 33) a partir de descomposiciones aditivas que se apoyan en fracciones decimales, por ejemplo: $\frac{1}{10} + \frac{3}{100} = 0{,}1 + 0{,}03 = 0{,}13 = \frac{13}{100}$.

- **Otros problemas con decimales**
- Componer y descomponer decimales

Los **problemas 1 a 5** (págs. 34-36) se formularon para analizar el valor posicional en las escrituras decimales a partir de componer y descomponer números en función de décimos, centésimos, milésimos, etc. Por ejemplo:

> 3. ¿Cómo se puede armar el número 0,235 usando muchas veces 0,1; 0,01 y 0,001?

Es probable que algunas alumnas o algunos alumnos relacionen este tipo de trabajo con el que realizaron al componer números naturales usando unos, dieces y cienes. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian estas situaciones? ¿En este caso también será posible darse cuenta mirando el número cuántos décimos, centésimos y milésimos se necesitan? Estos problemas involucran el uso de sumas y multiplicaciones que podrán ser resueltas a partir de cálculos mentales. A partir de allí podrán reconocer ciertas variaciones en las cifras decimales que darán lugar a nuevas preguntas sobre el valor de cada cifra según la posición que ocupan o las equivalencias entre cada posición y las relaciones aditivas o multiplicativas en las que se apoyan: ¿qué relación hay entre 1 y 0,1?, ¿qué diferencia hay entre 0,1 y 0,01?, ¿qué cifra se modifica al agregar 0,1; 0,01 o 0,001?, ¿por qué el primer orden a la derecha de la coma se llama décimo, el segundo

centésimo, etc.?, ¿agregar 3 veces 0,1 es lo mismo que agregar 0,3? Son algunas de las cuestiones que será interesante discutir a partir de estos problemas.

El **problema 5** avanza introduciendo descomposiciones multiplicativas que permiten profundizar la comprensión de las relaciones involucradas en el valor posicional.

5. Escribí qué número se obtiene en cada caso:

a- 2 x 0,1 + 5 x 0,01 =

b- 1 x 0,1 + 2 x 0,01 + 5 x 0,001 =

c- 3 x 0,1 + 1 x 0,01 + 7 x 0,001 =

d- 2 x 0,1 + 5 x 0,001 =

Es importante mencionar que en ninguno de los problemas de este apartado la suma de décimos, centésimos o milésimos supera a 9, por lo que no es necesario reagrupar en un orden superior. Se podrá avanzar en esta reflexión a partir de estas preguntas: ¿se podrá formar 0,235 usando solo décimos?, ¿y sólo centésimos o milésimos?

Este aspecto será abordado más adelante, sin embargo, si la o el docente lo consideran pertinente, podría proponer este tipo de sumas para aquellas alumnas o aquellos alumnos que resuelvan los **problemas 1 a 5** con comodidad.

- Cálculos mentales con decimales

El **problema 1** (pág. 36) permite reinvertir lo trabajado en el apartado anterior y avanzar en el análisis de qué cifras varían al sumar o restar décimos, centésimos y milésimos, permitiendo profundizar el análisis del valor posicional. En términos del trabajo con el cálculo mental, se

propone una práctica que venían utilizando con números naturales: usar el resultado de un cálculo para resolver otros.

1. Los cálculos de cada fila están relacionados. Resolver la primera columna te puede servir para resolver las otras dos.

a- 23,45 + 0,1=	23,45 + 0,01=	**2**3,45 + 0,001=
b- 5,283 – 0,1=	5,283 – 0,01=	5,283 – 0,001=

En el **problema 2** es probable que las chicas y los chicos operen sumando por separado la parte entera de la parte decimal, estrategia que en este caso les permitirá llegar al resultado correcto pero que podrá conducir a errores al resolver los próximos cálculos. Por ejemplo, en el **problema 3** será necesario reagrupar las sumas de décimos, centésimos o milésimos a un orden superior: “si se suma 0,6 y 0,6 dará 1 entero y algo más porque se pasa de 10 décimos”, “si se resta 1,6 - 0,7 hay que convertir el 1 en 10 décimos, así podés restar 7 décimos a 16 décimos”.

El **problema 5** (pág. 37) presenta una diferencia en relación a los anteriores debido a que involucra cálculos estimativos.

5.

a- Sin resolver el cálculo exacto, intentá determinar si:

- 6,66 + 3,33 es mayor o menor que 10.
- 6,66 – 2,22 es mayor o menor que 4.
- 4,22 + 3,88 es mayor o menor que 8.
- 33 – 3,33 es mayor o menor que 30.

b- Comprobá con calculadora y, si te equivocaste en algún cálculo, tratá de explicar cuál fue el error.

En esta oportunidad, la diferencia radica en que no es necesario obtener el resultado exacto del cálculo, sino una aproximación y su posterior comparación con un número de referencia. En esta ocasión se propone explícitamente el uso de la calculadora para comprobar si su decisión fue acertada. En un espacio de trabajo colectivo, será interesante que argumenten sus respuestas y compartan el análisis de los errores producidos.

Los **problemas 6 y 7** (págs. 37-38) proponen pensar en dobles y mitades a partir de cálculos mentales. En ambos casos será interesante que las alumnas y los alumnos expliciten las maneras que usaron para averiguarlas, incluso aquellas que los llevaron a equivocarse y decidieron abandonar. Los conocimientos que circularon al resolver los problemas anteriores servirán de apoyo para resolver estas situaciones. Es esperable que encuentren algunas dificultades para hallar la mitad de 7,4. ¿Se podrá calcular la mitad de 7 y de 0,4 por separado y luego unir ambos resultados (3,5+0,2= 3,7)? ¿Servirá pensar en la mitad de 74 y luego pensar dónde va la coma? Al analizar los procedimientos que desplieguen para resolver estos cálculos será posible explicitar, por ejemplo, a qué descomposiciones y composiciones recurrieron, cómo reagruparon los centésimos en décimos. Esa es la intención de la propuesta de la sección final. Allí se propone, entre otros, calcular el doble de 7,4 y de 9,6. En el primer caso será suficiente con calcular el doble de 7 y el doble de 4 para unir luego ambos resultados: 14,8. En cambio, para el segundo número, será preciso reagrupar el 12 que se obtiene del doble de 6 y agregar 1 a los 18 que resultan de calcular el doble de 9.

- **Comparar y ordenar fracciones y decimales**

Los problemas que integran este apartado (págs. 38-39) presentan una nueva oportunidad para que las alumnas y los alumnos reinviertan las ideas que han ido elaborando al resolver problemas que involucran la comparación de fracciones y decimales, por ejemplo: comparar pares de decimales con distinta cantidad de cifras en su parte decimal, comparar decimales a partir de su lectura, ordenar fracciones y decimales de menor a mayor, analizar la distancia de una fracción o un decimal a un número dado, entre otras.

El **problema 1** (pág. 38) incluye la comparación de 0,199 y 0,2. La intención es provocar el debate acerca de un error posible: considerar que a mayor cantidad de cifras mayor es el número. Los números seleccionados buscan provocar esa tensión.

- **Fracciones y decimales en la recta numérica**

La recta numérica es otro soporte que permite el tratamiento de las fracciones y las expresiones decimales como números en sí mismos sin la necesidad de apelar a un contexto particular.

Los **problemas 1 y 2** (pág. 40) recuperan situaciones que ya se han presentado en otro apartado sobre fracciones como parte del entero, por lo que se espera que no generen un obstáculo, sino más bien que faciliten el vínculo entre estos problemas y otros ya resueltos.

Las rectas que se presentan en los **problemas 3, 4 y 5** (pág. 41) tienen disponibles el 0 y una fracción menor a 1. Se solicita a las y los estudiantes que ubiquen el número 1. Además, la recta que se muestra está representada sobre un fondo cuadriculado con la intención de facilitar la medición y la interpretación de la escala. Es importante analizar las estrategias para ubicar el 1 en determinado lugar de la recta. En el problema 3, por ejemplo, podrán mencionar que la distancia entre 0 y $\frac{1}{2}$ debe ser igual a la distancia entre $\frac{1}{2}$ y 1, entonces, hay que colocar el 1 a una distancia de 3 cuadraditos a la derecha de $\frac{1}{2}$. En el

problema 4, deberán reconocer que como la distancia entre el 0 y $\frac{1}{4}$ es de dos cuadraditos, entonces, dos cuadraditos a la derecha del $\frac{1}{4}$ se puede marcar el $\frac{2}{4}$ o $\frac{1}{2}$ y, a partir de allí, ubicar el 1; o bien, marcar $\frac{3}{4}$ y luego el 1. En el caso del **problema 5** tendrán que calcular primero la distancia de uno de los tercios, ya que la fracción disponible es $\frac{2}{3}$.

El **problema 6** presenta una nueva complejidad en tanto el 0 no está disponible, por lo que se deberá ubicar el 1 a partir de la relación entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{2}$. Se espera que las chicas y chicos reconozcan que en el medio de esas dos fracciones se encuentra $\frac{2}{2}$ que es equivalente a 1 y, a partir de allí, marcar el 0.

El **problema 7**, aunque pone a disposición la ubicación del 0, requiere encontrar los lugares que ocupan fracciones y decimales. El tipo de números elegidos favorece que las chicas y los chicos puedan marcar el 1 a partir de $\frac{1}{10}$, para luego ubicar los demás números. Seguramente, las alumnas y los alumnos podrán ubicar con mayor facilidad los números 1 y $\frac{1}{2}$ para avanzar en la ubicación de 1,5 y, posiblemente, luego transformen 0,7 en la fracción decimal $\frac{7}{10}$ para ubicarlo en la recta. El **problema 8** puede resolverse de modo similar, aunque deberá ubicarse el 0 que no está disponible. En este caso, podrán escribir $\frac{1}{2}$ como 0,5, o bien, escribir 0,7 como $\frac{7}{10}$, y reconocer que cada cuadradito representa un décimo para poder ubicar el 0 y el 1.

- **Números entre otros números**

Este conjunto de problemas supone introducir a las y los estudiantes en la idea de densidad del conjunto de números racionales. Cabe destacar que este concepto es muy complejo e involucra algunas cuestiones que no llegan a abordarse en el nivel primario sino que serán trabajadas y

profundizadas en la escuela secundaria. En este apartado proponemos algunas actividades exploratorias a partir del uso de diversos recursos que podrían tener disponibles las chicas y los chicos de 6to. año para encontrar fracciones entre otras dos dadas.

Una idea que se construye en el campo de los números naturales es que entre dos números consecutivos no hay ningún otro. Habitualmente, las y los estudiantes extienden esta idea a los números racionales, por lo que suelen pensar, por ejemplo, que como entre 2 y 3 (en el campo de los naturales) no hay ningún número, entre $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{4}$ no hay ninguna otra fracción. En este apartado buscamos comenzar a discutir esa concepción errónea para empezar a instalar una nueva idea: es posible encontrar otras fracciones entre dos fracciones dadas.

El recorrido que ofrecemos se inicia buscando fracciones entre dos números naturales consecutivos, a modo de comenzar a poner en juego este rasgo distintivo entre un campo numérico y otro. Luego, en los **problemas 2 y 3** (pág. 43) hay que encontrar dos fracciones entre fracciones de igual denominador. Para ello las chicas y los chicos podrán reconocer que entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{5}{4}$ pueden encontrarse $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ modificando solo el numerador. Los **problemas 4 y 5** (pág. 43) pueden resolverse de igual modo, aunque las y los estudiantes tienen solo dos opciones con el mismo denominador para cada uno.

Para el **problema 6** habrá que buscar una estrategia diferente ya que las fracciones tienen distinto denominador. Es allí donde se espera que las fracciones equivalentes sean un buen punto de apoyo para encontrar números entre los dos propuestos. Dada la complejidad de estas

situaciones se proponen fracciones con cuartos, medios y octavos para que las alumnas y los alumnos puedan apelar a equivalencia ya disponibles. Por ejemplo, podría ocurrir que algunas chicas y algunos chicos escriban $\frac{1}{2}$ como $\frac{2}{4}$ e intenten encontrar una fracción entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{4}$, o que digan que no es posible encontrar una fracción entre esas dos. El o la docente podría intervenir invitándolos a escribir fracciones equivalentes a las dos dadas pero con denominador 8. Así, podrían expresar $\frac{1}{4}$ como $\frac{2}{8}$ y $\frac{1}{2}$ como $\frac{4}{8}$ e identificar que $\frac{3}{8}$ es una fracción que se encuentra entre ambas. Otra opción posible es que los chicos y chicas reconozcan que $\frac{1}{4}$=0,25 y $\frac{1}{2}$=0,5 y que digan, por ejemplo, "como 0,3 es un número entre esos dos, entonces $\frac{3}{10}$ se encuentra entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$". En ese caso, será interesante poner en común ambas resoluciones y explicitar que encontraron más de una fracción entre las dos dadas.

A lo largo de este recorrido se podrán introducir algunas preguntas como las siguientes: ¿Será cierto que siempre es posible encontrar una fracción entre otras dos?, ¿Cuántas? Como se mencionó anteriormente, no se espera que estas preguntas queden saldadas con esta serie de problemas, pero sí que comiencen a concebir la idea de que "hay muchas fracciones entre dos fracciones", que podrá profundizarse en la escuela secundaria retomando estos aspectos y avanzando hacia otros que involucran el trabajo con la densidad.

Compartimos a continuación una serie de materiales que podrán consultar para enriquecer las propuestas de trabajo para sus alumnas y alumnos.

Materiales de consulta producidos en 2020 y 2021[16]

En videos:

- **“Fracciones en 2° ciclo. Aportes para su enseñanza.“** Conversatorio con Claudia Broitman.
- **“Reflexiones sobre la producción escolar en Matemática”** - Intercambio de experiencias sobre el rol docente en la resolución de situaciones problemáticas de niñas y niños - Moderado por Claudia Broitman.

En textos:

- **Contenidos Prioritarios 2020/2021** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 1º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 2º y 3º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 4º y 5º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Cuaderno Programa ATR (2020) de 6º año** - Podrán acceder a su descarga desde **aquí**
- **Programa +ATR año 2021** - En el siguiente **enlace** podrán descargar las propuestas didácticas de matemática elaboradas para el Programa +ATR
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Primera entrega.** Comunicación 20/2021- (socializada el 5/5/21).
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Segunda entrega.** Comunicación 39/2021 (socializada el 21/6/21).
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Tercera entrega.** Comunicación 54/2021 (socializada el 9/8/21).
- **Materiales Matemática 1° a 6° - Cuarta entrega.** Comunicación 92/2021 (socializada el 17/11/21).

Serie de podcasts - Apuntes de Primaria

Episodio 1 - Algunas reflexiones sobre el sentido de Estudiar Matemática. ¿Qué prácticas involucran procesos de estudio? ¿Cómo se estudia Matemática? ¿Cómo enseñar a estudiarla? **Enlace Episodio 1**

Episodio 2 - La organización de momentos de estudio al iniciar un tema nuevo. ¿Qué lugar ocupa en dicho proceso la resolución autónoma de situaciones problemáticas por parte de las y los alumnos de una clase? **Enlace Episodio 2**

Episodio 3 - La organización del espacio colectivo de estudio. ¿Cómo instalar un espacio de intercambio y de análisis explícito de procedimientos y resultados dirigido a nuevos aprendizajes? **Enlace Episodio 3**

Episodio 4 - La gestión de la clase en torno al estudio. ¿Cómo intervenir para promover el abordaje colectivo de las producciones elaboradas por las y los alumnos y para generar avances? **Enlace Episodio 4**

Episodio 5 - La sistematización de nuevas relaciones matemáticas. ¿Cómo generar condiciones para explicitar y organizar las ideas producidas en las clases de matemáticas? ¿Cuál es el rol de la escritura en esos procesos? **Enlace Episodio 5**

Episodio 6 - Aprender a reutilizar los escritos de sistematización. ¿Cuáles son algunos usos de los escritos colectivos? ¿Cómo promover que las reflexiones sean retomadas y hagan avanzar los conocimientos de las chicas y chicos? **Enlace Episodio 6**

---

[1]A lo largo del documento iremos explicitando las fuentes de las que hemos ido tomando los problemas de modo que puedan consultar esos materiales directamente para ampliar la propuesta de trabajo que cada docente defina para su grupo. A su vez,

iremos mencionando otros materiales que podrían enriquecerlas. Al final del documento encontrarán un apartado en el que listamos estos diversos recursos.

[2]Nos referimos al “Material para estudiantes de sexto año. Fracciones y decimales” disponible para descargar al final de esta propuesta.

[3]Si bien lo correcto es hablar de expresiones decimales de los números racionales nos referiremos aquí indistintamente a “números decimales”, “decimales” o “expresiones decimales” para sostener los nombres que se usan más frecuentemente.

[4]Al final del documento encontrarán un listado de diferentes materiales que podrían consultar para enriquecer las propuestas de enseñanza.

[5]Será interesante volver a ver y analizar, junto a otras y otros docentes, el conversatorio organizado por la Región 13 en 2020: *La enseñanza de las fracciones, aportes para su enseñanza*, en el que Claudia Broitman ofrece un conjunto de orientaciones para la enseñanza de estos contenidos. Disponible **aquí.** (Este video genera consumo de datos móviles).

[6]En este apartado se han incluido algunos problemas de las Entregas Tercera y Cuarta de sexto año (2021).

[7]En la Tercera Entrega de sexto año (2021) y en los materiales Racionales I y II del Programa +ATR, podrán encontrar más problemas semejantes para ampliar sus propuestas de enseñanza.

[8]En este apartado se han incluido algunos problemas de los materiales del Programa +ATR, Racionales I y II.

[9]En este apartado se han incluido algunos problemas de los materiales del Programa +ATR, Racionales II.

[10]En este apartado se han incluido algunos problemas de la cuarta entrega de cuarto y quinto año, de 2021.

[11]En el material destinado a tercer año podrán encontrar propuestas de trabajo y orientaciones didácticas sobre este tipo de problemas. En caso de que algunas o algunos estudiantes hayan tenido escasas oportunidades de interactuar con problemas de series proporcionales con la información organizada en tablas, o bien, les resulte muy complejo iniciar la resolución de las actividades que se incluyen en este apartado, se les podrán ofrecer algunas de esas situaciones para estar en mejores condiciones de avanzar.

[12]En este apartado se han incluido algunos problemas de la Tercera entrega Matemática 2020, y de los materiales del Programa +ATR, Racionales II.

[13]Una cuestión a tener en cuenta es que en estos contextos de uso social, los precios y las medidas suelen presentarse siempre utilizando hasta dos cifras decimales ($134,25; 15,56 cm). Esto puede colaborar en la elaboración de ideas erróneas, como por ejemplo, que “luego de 1,25 m viene 1,26 m”, o que “entre 1,25 y 1,26 no hay ningún número”; reforzando así algunos de los problemas que anticipamos al inicio de este documento y que es preciso asumir desde la enseñanza.

[14]En este apartado se han incluido algunos problemas de la cuarta entrega de cuarto y quinto año, de 2021, y algunos de los materiales del Programa +ATR, Racionales II.

[15]Este análisis cobrará gran relevancia al comparar fracciones y al estimar resultados de cálculos con fracciones, aspectos que serán abordados en páginas siguientes.

[16]Los materiales sobre la enseñanza elaborados durante 2020 y 2021 contienen sugerencias u orientaciones para el trabajo con las y los estudiantes en la no presencialidad. Sin embargo, más allá de algunas referencias específicas al contexto en el que fueron producidos (ASPO y DISPO), transmiten rasgos específicos acerca de la concepción de la enseñanza, del enfoque de la enseñanza de la matemática que sigue sosteniendo la Dirección Provincial de Educación Primaria. Las maestras y los maestros de cada escuela encontrarán en estos materiales aportes importantes para el desarrollo de la tarea que sostienen actualmente. Algunos aspectos que se desarrollan en ellos contribuyen a encontrar fundamentaciones, resultados de investigaciones didácticas, remisiones bibliográficas que los ayudarán, incluso, a comprender el sentido del modo en que proponemos la planificación de la enseñanza para el día a día de la escuela.

Primaria / Matemática, Intensificación de la enseñanza / #Decimales, #Fracciones

---

Este documento fue generado de manera automática. Para una mejor experiencia ingresar a Continuemos Estudiando.

DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

Sitio desarrollado y actualizado por la
Dirección de Tecnología Educativa dependiente de la
Subsecretaría de Educación
abc.gob.ar
Continuemos estudiando v2.1